



第三节 金融期权价值评估

(二) 二叉树定价模型

1. 二叉树

(1) 单期二叉树

(2) 两期二叉树

由单期二叉树向两期二叉树模型的扩展，不过是单期模型的两次应用。



第三节 金融期权价值评估

【例题】继续采用前例中的数据，把6个月的时间分为两期，每期3个月。变动以后的数据如下：ABC公司的股票现在的市价为50元，看涨期权的执行价格为52.08元，每期股价有两种可能：上升22.56%或下降18.4%；无风险利率为每3个月1%。

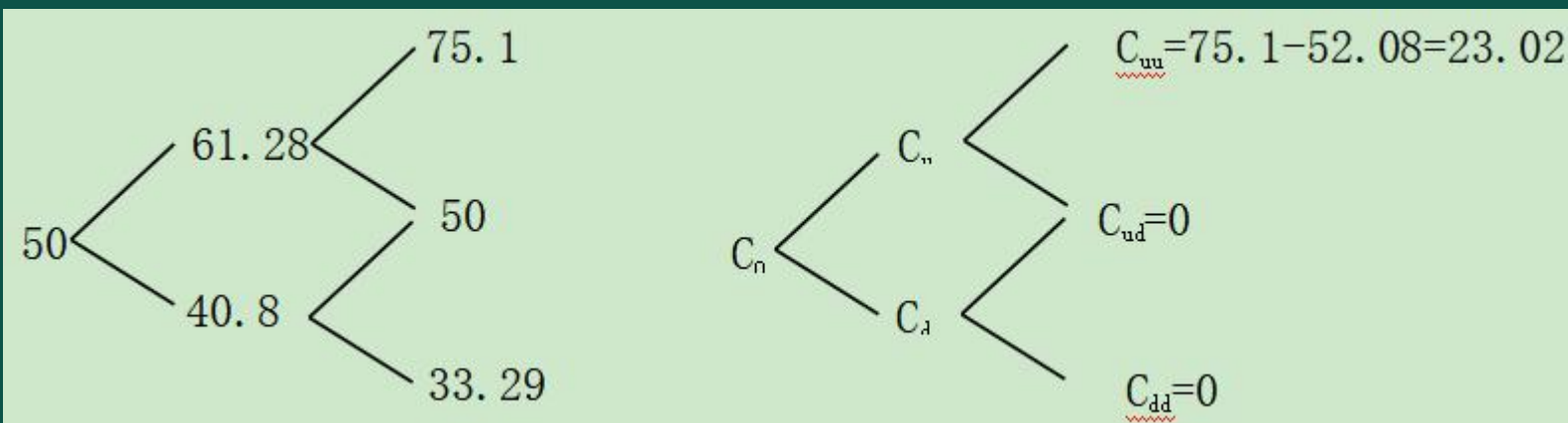
要求：采用两期二叉树定价模型进行期权定价。



第三节 金融期权价值评估

解析：解决方法是：从后向前推进计算。

先利用单期定价模型，根据 C_{uu} 和 C_{ud} 计算节点 C_u 的价值，利用 C_{ud} 和 C_{dd} 计算 C_d 的价值；然后，再次利用单期定价模型，根据 C_u 和 C_d 计算 C_0 的价值





第三节 金融期权价值评估

(1) 计算 C_u 、 C_d 的价值

$$1\% = \text{上行概率} \times 22.56\% + (1 - \text{上行概率}) \times (-18.4\%)$$

$$\text{上行概率} = 0.4736$$

$$\text{下行概率} = 1 - 0.4736 = 0.5264$$

$$C_u = \frac{0.4736 \times 23.02 + 0.5264 \times 0}{1 + 1\%} = 10.8$$

$$C_d = \frac{P \times C_{ud} + (1 - P) \times C_{dd}}{1 + r} = 0$$

(2) 计算 C_0 的价值

$$C_0 = \frac{0.4736 \times 10.8 + 0.5264 \times 0}{1 + 1\%} = 5.06$$



第三节 金融期权价值评估

(3) 多期二叉树模型

与两期模型一样，从后向前逐级推进，增加重复的次数。

期数增加以后带来的主要问题是股价上升与下降的百分比如何确定问题。

把年收益率标准差和升降百分比联系起来的公式是：

$$u = 1 + \text{上升百分比} = e^{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d = 1 - \text{下降百分比} = \frac{1}{u}$$

其中：t-以年表示的时段长度



第三节 金融期权价值评估

【例题】利用前例中的数据，将半年的时间分为6期，即每月1期。已知：股票价格 $S_0=50$ 元，执行价格为52.08元，年无风险利率为4%，股价波动率（标准差）为0.4068，到期时间为6个月，划分期数为6期（即每期1个月）。

要求：采用多期二叉树进行期权定价。



第三节 金融期权价值评估

解析:

(1) 确定每期股价变动乘数。

$$u = e^{0.4068 \times \sqrt{1/12}} = 1.1246$$

$$d = \frac{1}{1.1246} = 0.8892$$

提示：计算中t必须按年数，每期为1个月为t=1/12年。



第三节 金融期权价值评估

(2) 建立股票价格二叉树

| 序号 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------|----------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 时间 (年) | 0 | 0.083 | 0.167 | 0.25 | 0.333 | 0.417 | 0.5 |
| 上行乘数 | 1.1246 | | | | | | |
| 下行乘数 | 0.8892 | | | | | | |
| 股票价格 | 50 | 56.23 | 63.24 | 71.12 | 79.98 | 89.94 | 101.15 |
| | | 44.46 | 50.00 | 56.23 | 63.24 | 71.12 | 79.98 |
| | | | 39.53 | 44.46 | 50.00 | 56.23 | 63.24 |
| | | | | 35.15 | 39.53 | 44.46 | 50.00 |
| | | | | | 31.26 | 35.15 | 39.53 |
| | | | | | | 27.80 | 31.26 |
| | | | | | | | 24.72 |
| 执行价格 | | | | | | | 52.08 |
| 上行概率 | $\text{上行概率} = \frac{1 + 4\%/12 - 0.8892}{1.1246 - 0.8892} = 0.4848$ | | | | | | |



第三节 金融期权价值评估

| 下行概率 | 下行概率=1-0.4848=0.5152 | | | | | | |
|------------|----------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 买入期权 价格 | 5.30 | 8.52 | 13.26 | 19.84 | 28.24 | 38.04 | 49.07 |
| | | 2.30 | 4.11 | 7.16 | 12.05 | 19.21 | 27.90 |
| | | | 0.61 | 1.26 | 2.61 | 5.39 | 11.16 |
| | | | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | | | | | 0 | 0 | 0 |
| | | | | | | 0 | 0 |
| | | | | | | | 0 |