



第七章

金融资产定价



第七章 金融资产定价

第七章

第一节 收益与风险

—— 收益率/风险与风险溢价/投资组合与分散风险

第二节 资产定价模型

—— 资本资产定价模型/因素模型/套利定价理论

第三节 证券估值

—— 债券估值/股票估值

第四节 金融衍生品定价

—— 远期与期货的定价/期权的定价



第一节

收益与风险



第一节 收益与风险

本节考点：

- 1、收益率
- 2、风险与风险溢价
- 3、投资组合与分散风险



第一节 收益与风险

考点一、收益率

（一）金融资产的收益与衡量

金融资产，无论是债券、股票，还是基金，给持有者带来的收益主要有两类：利息、股息与红利等现金流收益和资产买卖价差收益（资本利得）。



第一节 收益与风险

考点一、收益率

（一）金融资产的收益与衡量

简化的收益率计算公式为：

$$r = \frac{C + (P_1 - P_0)}{P_0}$$

r 为收益率， C 为金融资产的现金流收益， P_0 为资产的期初价格， P_1 为资产的期末价格。



第一节 收益与风险

常见的收益率处理方法主要有三种：

算术平均法计算的收益率是年度收益率的算术平均值；

几何平均法计算的收益率是年度收益率的几何平均值，该收益率又称为时间加权平均收益率；

资金加权平均收益率是把投资的现金流看做公司财务中的资本预算来计算得出的内部收益率。



第一节 收益与风险

年化利率的计算方式有两种，分别是单利方法和复利方法，单利方法和复利方法计算的年化利率分别见为：

单利方法计算的年化利率=每个时间段利率×每年包含的时间段个数

1+复利方法计算的年化利率=（1+每个时间段利率）^{每年包含的时间段个数}



第一节 收益与风险

（二）通货膨胀率与实际收益率

当商品的价格发生变化时，需要区分名义收益率和实际收益率。

名义收益率是指包含物价变动因素的利率；

实际收益率是指剔除通货膨胀或通货紧缩的利率。



第一节 收益与风险

（二）通货膨胀率与实际收益率

基于上述案例的逻辑，假设通货膨胀率为 i ，名义收益率为 r_{nom} ，实际收益率为 r_{real} ，那么名义收益率和实际收益率存在以下等式关系：

$$r_{real} = \frac{r_{nom} - i}{1 + i}$$

通常在通货膨胀较为稳定的情形下，上式也可近似为：

$$r_{real} \approx r_{nom} - i$$



第一节 收益与风险

考点二、风险与风险溢价

(一) 风险的衡量

在金融市场中，风险是指收益的不确定性。统计学中的方差 $\text{Var}(R)$ 和标准差 $\text{SD}(R)$ 作为衡量随机变量的不确定性的指标，常被用于刻画金融市场的风险，方差和标准差的公式：

$$\text{Var}(R) = \sum_{i=1}^N P_i \times [R_i - E(R)]^2$$

$$\text{SD}(R) = \sqrt{\sum_{i=1}^N P_i \times [R_i - E(R)]^2}$$



第一节 收益与风险

考点二、风险与风险溢价

（一）风险的衡量

P 是收益率为 R 时的概率， $E(R)$ 为金融资产的期望收益率（也称预期收益率）， N 为样本事件的个数。

方差和标准差衡量了收益率与期望收益率之间的偏离情况，当值越大时，偏离期望收益率的幅度越大，表明对应金融资产的风险越大。



第一节 收益与风险

考点二、风险与风险溢价

(一) 风险的衡量

在实际应用中，投资者或资产管理者一般采用金融资产的历史数据进行计算，假设某金融资产在第t期的收益率为 r_t ，T为观测的总期数，下式给出了相关的计算公式：

$$\bar{r} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t$$

$$Var(r) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2$$

$$SD(r) = \sqrt{Var(r)}$$



第一节 收益与风险

考点二、风险与风险溢价

(一) 风险的衡量

方差和标准差并未考虑量级的因素。变异系数CV也是常用的风险衡量指标，其计算公式如下：

$$CV = \frac{SD(R)}{E(R)}$$



第一节 收益与风险

（二）风险溢价

为衡量风险情形下的回报，通常会选取一个无风险利率作为评价尺度，风险资产的预期收益率与无风险利率之间的差值被称为风险溢价。



第一节 收益与风险

投资者投资风险资产的意愿取决于投资者的风险厌恶程度。一个较为普遍的思路是利用风险溢价与风险的比值来刻画这一关系，其中最为常见的指标为夏普比率，具体公式如下：

$$SR_i = \frac{E(r_i) - r_f}{\sigma_i}$$

SR_i 为资产*i*的夏普比率， $E(r_i)$ 为资产*i*的预期收益率， r_f 为无风险利率， σ_i 为资产*i*收益率的标准差。



第一节 收益与风险

考点三、投资组合与分散风险

投资者根据投资需求将投资资金在不同资产类别之间进行分配，这样的投资组合管理被称为资产配置。

资产配置的最基本形式是将投资组合分为风险资产与无风险资产，投资组合中投资于风险资产的部分叫作风险资产的资本配置，这一比例直接取决于投资者的风险厌恶程度。



第一节 收益与风险

(一) 两种风险资产之间的资产配置

假设债券基金和股票基金的收益率分别为 r_B 和 r_S ，债券基金和股票基金的收益率的标准差分别为 σ_B 和 σ_S ，同时，两者收益率的相关系数为 ρ ，那么，该投资组合的收益率 r_p 和标准差 $SD(r_p)$ 分别为：

$$r_p = \varpi \times r_B + (1 - \varpi) \times r_S$$
$$SD(r_p) = \sqrt{(\varpi \times \sigma_B)^2 + [(1 - \varpi) \times \sigma_S]^2 + 2\rho \times (\varpi \times \sigma_B) \times [(1 - \varpi) \times \sigma_S]}$$



第一节 收益与风险

(二) 多种风险资产的资产配置

多种风险资产配置下的可行集如下图所示：

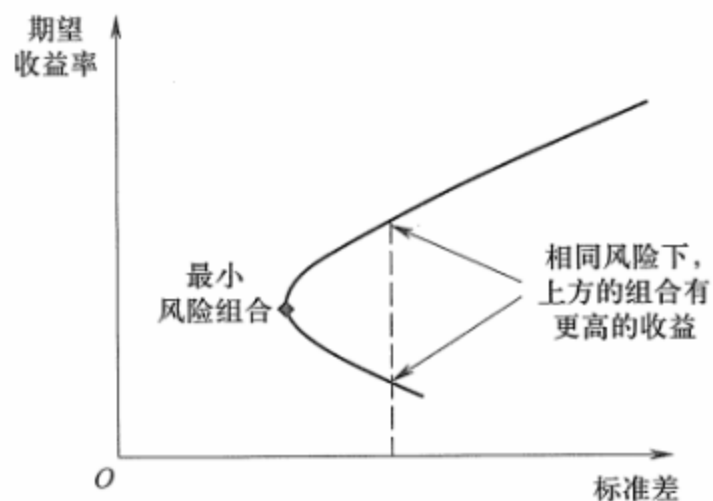


图 8-1 两种风险资产配置下的可行集

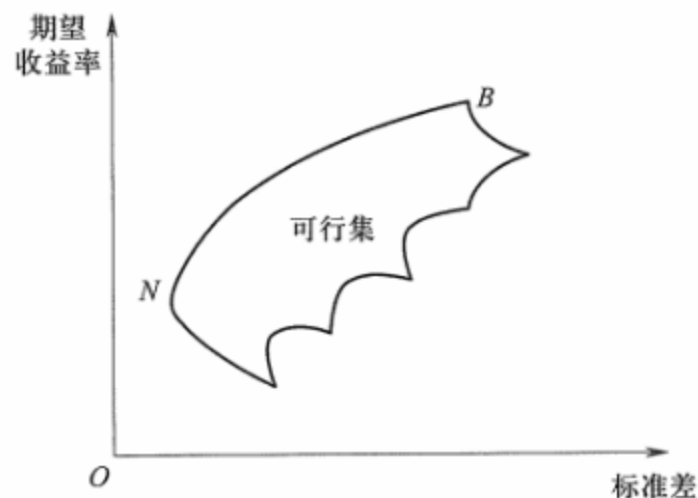


图 8-2 多种风险资产配置下的可行集



第一节 收益与风险

（二）多种风险资产的资产配置

有效边界的特点：

- ①有效边界是一条向右上方倾斜的曲线，反映了“高风险、高收益”的原则；
- ②有效边界是一条向上凸的曲线；
- ③有效边界曲线上不可能有凹陷的地方。



第一节 收益与风险

（三）无风险资产与风险资产的资产配置

由于无风险资产一般认为没有任何风险，因此通常假设无风险资产的标准差为0，无风险资产和风险资产间的相关系数也为0。假定风险资产的收益率和标准差分别为 r_p 和 σ_p ，投资于风险资产的比例为 w ，投资组合预期收益率 $E(r_c)$ 和标准差 $\sigma(r_c)$ 计算如下：

$$E(r_c) = w \times E(r_p) + (1 - w) \times r_f$$

$$\sigma(r_c) = \sqrt{(w \times \sigma_p)^2 + [(1 - w) \times 0]^2 + 2 \times 0 \times (w \times \sigma_p) \times [(1 - w) \times 0]} = w \times \sigma_p$$



第一节 收益与风险

（三）无风险资产与风险资产的资产配置

基于上述两个式子可以进一步得到投资组合的预期收益率与风险之间的关系公式，投资组合的预期收益率与风险呈直线关系，该直线被称为资本配置线（CAL）。

资本配置线的特征：

- ①该直线经过 $(0, r_f)$ 这一点；
- ②该直线的斜率为风险资产的夏普比率。

$$E(r_C) = r_f + \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P} \times \sigma(r_C)$$



第一节 收益与风险

（三）无风险资产与风险资产的资产配置

由于有效边界上的每一个点都是一种风险资产组合，因此，无风险资产可以与有效边界上的任一点进行投资组合，并相应地形成一条资本配置线。



第一节 收益与风险

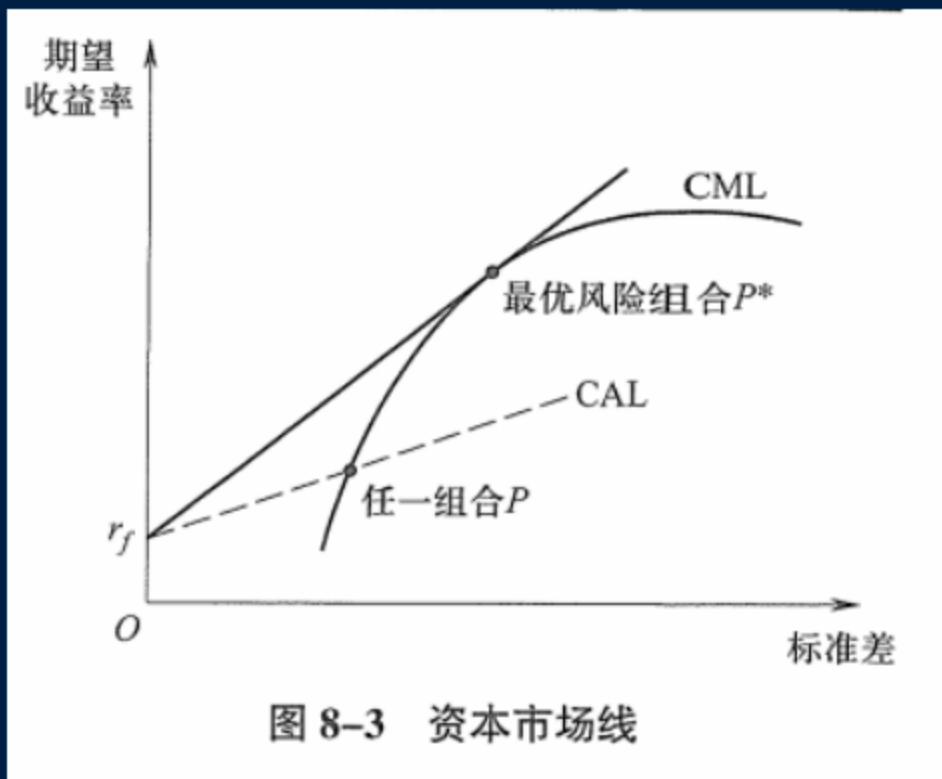
（三）无风险资产与风险资产的资产配置

基于数学的逻辑，由 $(0, r_f)$ 这一点射出的、与有效边界相切的直线被称为**资本市场线（CML）**，其中的切点是与无风险资产组合的风险资产组合，无风险资产与该点对应的风险资产组合进行配置，能够在同等风险水平下获取更高的预期收益率，因此该点对应的风险资产组合就是最优风险组合。由于资本市场线最偏向左上方，因此其斜率最大，即对应于最优风险组合的夏普比率最大。



第一节 收益与风险

(三) 无风险资产与风险资产的资产配置





本节小结

第一节 收益与风险

1、收益率

2、风险与风险溢价

3、投资组合与分散风险



第二节

资产定价模型



第二节 资产定价模型

本节考点：

- 1、资本资产定价模型
- 2、因素模型
- 3、套利定价理论



第二节 资产定价模型

考点一、资本资产定价模型

（一）资本资产定价模型的假设与含义

资本资产定价模型（CAPM）是在资本市场处于均衡状态下的价格决定模型。

CAPM基于两组假设，分别与投资者行为和市场结构相关。



第二节 资产定价模型

投资者行为方面：

①投资者都是厌恶风险的，同时具有不满足性，即任何投资者都希望财富越多越好；

②投资者都追求期末财富的期望效用最大化；

③所有投资者对未来都具有一致性预期，都能正确地认识到所有资产的收益服从联合正态分布；

④投资者都是理性的，都追求“均值一方差”最优化；

⑤所有投资者均可免费获得信息，市场的信息是公开的、完备的。



第二节 资产定价模型

市场结构方面：

- ①所有资产均为责任有限的，即对任何资产，其期末价值总是大于或等于0；
- ②市场是完备的，即不存在交易成本和税收，且所有资产均可以无限分割；
- ③存在无风险资产，投资者可以以共同的无风险利率进行借贷，且不受数量限制；
- ④存在做空机制，投资者可以做空所有资产；
- ⑤市场处于完全竞争状态，即不存在垄断和操纵，资本市场有众多的投资者，每一个个体投资者的买入或卖出行为，都不会影响资产的价格。



第二节 资产定价模型

资本市场线的斜率是有效证券组合的风险市场价格，它度量了增加单位风险需增加的预期收益率。

资本市场线给出了每一种证券组合的风险水平的应得收益，即任何一种证券组合的预期收益率 $E(r_p)$ 和标准差 $\sigma(r_p)$ 关系应该符合资本市场线的关系，具体公式如下：

$$E(r_p) = r_f + \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M} \times \sigma(r_p)$$



第二节 资产定价模型

公式：

$$E(r_P) = r_f + \beta_P \times [E(r_M) - r_f]$$

β_P 通常被称为证券组合P的贝塔系数。由于市场的平均收益率高于平均的无风险利率，因此，市场组合的风险溢价 $E(r_M) - r_f$ 是个正数。

上式表明资产的风险溢价 $E(r_P) - r_f$ ，等于该资产贝塔系数乘以市场组合的风险溢价。



第二节 资产定价模型

（二）指数模型

指数模型是旨在研究资产收益与市场指数和公司特定因素收益相关联的模型。该模型有助于解释多样化投资的收益，也是检验CAPM最常用的统计模型。



第二节 资产定价模型

(二) 指数模型

詹森指数与前文提到的夏普比率，以及特雷诺指数是三个最为经典的风险调整后的收益指标。

特雷诺指数的计算公式如下，即投资组合P的特雷诺指数 (T_p) 等于投资组合P的风险溢价除以投资组合P的贝塔系数。

$$T_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\beta_p}$$



第二节 资产定价模型

市场部分的风险又被称为系统风险，该部分风险无法通过分散投资消除；公司特定的风险又被称为个体风险，该部分风险可以通过分散投资消除。

贝塔系数衡量了不同证券或不同投资组合的系统风险程度，也是常用的风险指标。



第二节 资产定价模型

（三）证券市场线

在CAPM中，贝塔系数确定的情况下，证券或投资组合的预期收益率就可以被确定，同时，贝塔系数还是衡量证券或投资组合风险的常见指标，因此，“预期收益率—贝塔系数”关系式同样可以刻画金融资产的“收益—风险”关系，刻画这一关系的图形为一条直线，该直线被称为证券市场线（SML），如图所示，该直线在纵轴上的截距为无风险利率，斜率为市场的风险溢价。



第二节 资产定价模型

(三) 证券市场线

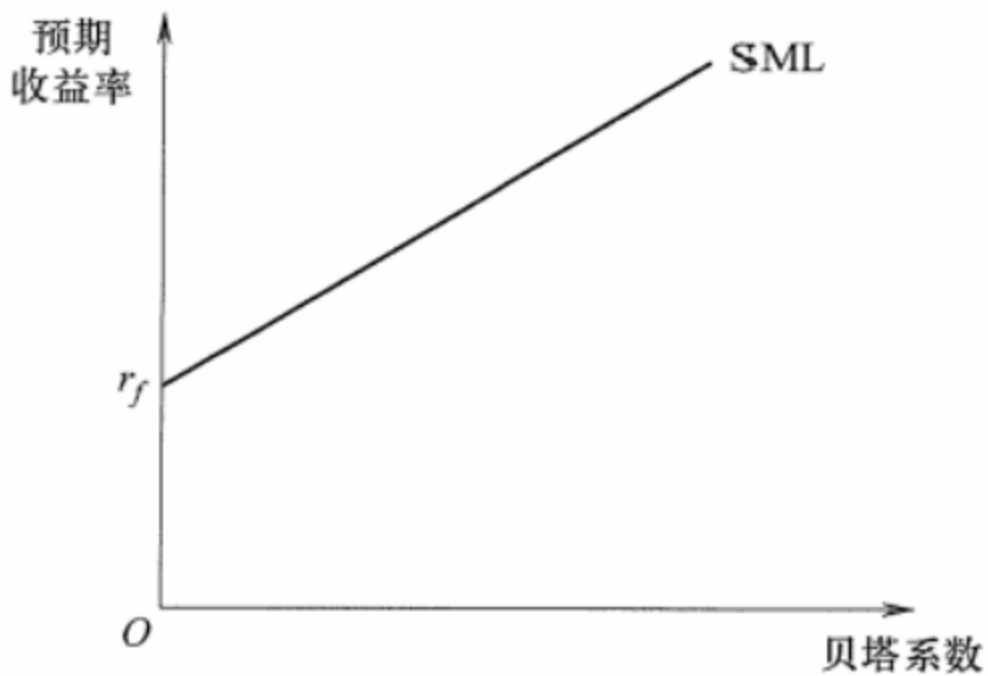


图 8-4 证券市场线



第二节 资产定价模型

CML与SML在以下几个方面存在差异：

①风险的代理指标不一样，CML采用标准差作为风险的代理，刻画了组合的整体风险，SML采用证券或投资组合的贝塔系数作为风险的代理，仅刻画了证券或投资组合的系统风险；

②CML刻画的是有效投资组合的风险溢价与有效投资组合标准差之间的关系，其中有效投资组合是指由市场组合（或最优风险组合）和无风险资产所构成的整个投资组合，而SML可以用于单个风险资产，也可用于投资组合。



第二节 资产定价模型

考点二、因素模型

证券的价格变化受多种因素的影响，如果能找出影响证券价格的因素，分析这些因素的影响程度，就可以构造出因素模型来估计每个证券的预期收益率，通过影响因素分析证券价格波动的模型被称为因素模型。

根据影响因素的个数，因素模型可被分为单因素模型和多因素模型。



第二节 资产定价模型

（一）单因素模型

单因素模型是表达证券的收益率与某种因素的数量关系的数学模型。

单因素模型的基本思想是证券收益率只与一个影响因素有关，除了这个因素外，证券收益率的所有剩余不确定性是公司特有的，也就是说，证券之间的相关性除了这一因素外没有其他来源了。



第二节 资产定价模型

(一) 单因素模型

对于任意的证券*i*，单因素模型下证券*i*在时期*t*的收益率可以表示为：

$$r_{it}=a_i+b_i\times F_t+\varepsilon_{it}$$

r_{it} 表示证券*i*在时期*t*的收益率； F_t 表示因素在*t*时期的值； b_i 表示证券*i*对因素的敏感度； ε_{it} 为证券*i*的收益率在*t*时期的随机扰动，其均值为0； a_i 为常数，表示因素值为0时证券*i*的预期收益率。



第二节 资产定价模型

(二) 多因素模型

多因素模型认为，证券*i*的收益率取决于多个因素，如果多因素模型认为取决于*k*个因素，那么多因素模型可表示为：

$$r_{it}=a_i+b_{i1} \times F_{1t}+b_{i2} \times F_{2t}+\cdots+b_{ik} \times F_{kt}+\varepsilon_{it}$$



第二节 资产定价模型

(三) Fama-French三因子模型

Fama-French三因子模型包括三个因子因素，分别为市场因子、市值因子和账面市值比因子，可具体表示为如下公式：

$$r_{it}-r_{ft}=\alpha_i+\beta_M\times(r_{Mt}-r_{ft})+\beta_{HML}\times r_{HML,t}+\beta_{SMB}\times r_{SMB,t}+\varepsilon_{it}$$



第二节 资产定价模型

考点三、套利定价理论

（一）套利及套利组合

因素模型描述了单个证券或者某个组合的收益与因素之间的联系。

套利定价理论从因素模型出发，认为通过套利行为，市场将达到均衡，可以推导出均衡状态下的资本资产定价模型。



第二节 资产定价模型

考点三、套利定价理论

（一）套利及套利组合

套利是资本市场理论中的一个基本概念，是指利用一个或多个市场或不同时间存在的各种价格差异，构造套利组合，在不承担风险的情况下赚取较高收益的交易活动。



第二节 资产定价模型

根据套利的定义，套利组合要满足以下三个条件：

条件一：套利组合要求投资者不追加资金，即套利组合属于自融资组合，如果用 x ：（ $i=1, 2, \dots, n$ ）表示投资者持有证券 i 的比例变化，则该条件可以表示为：

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0$$

条件二：套利组合对任何因素的敏感度为0，即套利组合没有因素风险，在单因素模型下，该条件可以表示为：

$$b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n = 0$$

条件三：套利组合的预期收益率应大于0，即

$$x_1 \times E(r_1) + x_2 \times E(r_2) + \dots + x_n \times E(r_n) > 0$$



第二节 资产定价模型

(二) 套利定价模型

在均衡状态下，各证券的预期收益率与该证券的因素敏感度存在关系：

$$E(r_i) = \lambda_0 + \lambda_1 b_i$$

单因素模型下的APT资产定价公式可推广至多因素模型下的APT资产定价公式，具体公式如下：

$$E(r_i) = r_f + \lambda_1 b_{i1} + \lambda_2 b_{i2} + \cdots + \lambda_k b_{ik}$$



第二节 资产定价模型

（三）套利定价模型与资本资产定价模型的一致性

套利定价模型与资本资产定价模型既有区别又有联系，两者都是一种均衡模型。



第二节 资产定价模型

（三）套利定价模型与资本资产定价模型的一致性

套利定价理论假设市场处于均衡状态时将不存在套利机会，从而将证券的预期收益率确定下来，体现的是整个市场给出的一种合理定价，因此投资者无套利机会可用。不过现实中并不能完全消除套利机会，相反正是因为套利机会的存在促使投资者去套利，而套利的结果反过来又使得套利机会消失，然后新的套利机会产生，再套利、再消除，如此往复使得市场更加趋于合理化。

资本资产定价模型则是一种理想的均衡模型，它强调的是证券市场所有证券的供需均达到均衡。



第二节 资产定价模型

（三）套利定价模型与资本资产定价模型的一致性

根据套利定价理论，证券的预期收益率等于无风险利率加上k个因素的风险报酬，在只有一个因素的时候，模型为：

$$E(r_i) = r_f + [E(r_{p^*}) - r_f] b_i$$



第二节 资产定价模型

（三）套利定价模型与资本资产定价模型的一致性

资本资产定价模型的定价公式如下：

$$E(r_i) = r_f + [E(r_M) - r_f] \beta_i$$

相比于资本资产定价模型而言，套利定价模型更具一般性。



本节小结

第二节 资产定价模型

1、资本资产定价模型

2、因素模型

3、套利定价理论