



第二节 最小二乘法

一、最小二乘估计

模型的参数 β_0 和 β_1 是未知的，必须利用样本数据去估计。

假设可得到X和Y的n组观测值，即 $x_i, y_i, i=1, 2, \dots, n$ ，根据样本统计量 $\hat{\beta}_0$ 和 $\hat{\beta}_1$ 估计模型中的参数 β_0 和

β_1 之后，就得到了估计的回归方程：

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

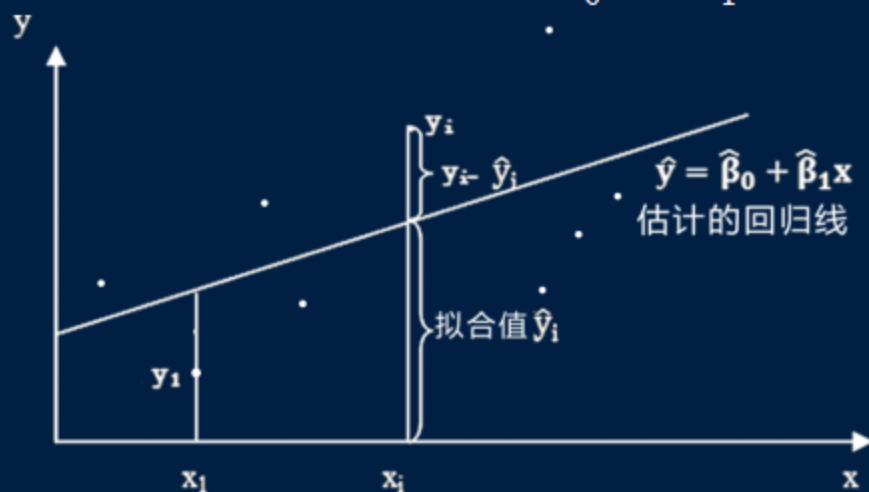


第二节 最小二乘法

$\hat{\beta}_0$ 表示估计的回归直线在Y轴上的截距， $\hat{\beta}_1$

为估计的回归直线的斜率，它表示自变量X每变动一个单位时，因变量Y的平均变动量。

最小二乘法就是使因变量的观测值 y_i 与估计值 $\hat{y}_i$ 之间的离差平方和最小来估计参数 β_0 和 β_1 的方法。



最小二乘法示意图



第二节 最小二乘法

也可以得下面的公式：

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{L_{xy}}{L_{xx}}$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \hat{\beta}_1 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$



第二节 最小二乘法

【例-单选题】线性回归模型常用的参数估计方法是（ ）。

- A. 最大二乘法
- B. 最小残差和法
- C. 最大残差和法
- D. 最小二乘法

答案：D

解析：本题考查最小二乘法。对回归模型进行估计的方法称为最小二乘法。



第二节 最小二乘法

【例-单选题】在回归分析中，估计回归系数的最小二乘法的原理是（ ）。

- A. 使得因变量观测值与均值之间的离差平方和最小
- B. 使得因变量估计值与均值之间的离差平方和最小
- C. 使得观测值与估计值之间的乘积最小
- D. 使得因变量观测值与估计值之间的离差平方和最小

答案：D



第二节 最小二乘法

【例-多选题】根据抽样调查数据对人均消费和人均可支配收入进行回归分析，得到估计量的一元回归线模型 $Y=1000+0.7X$ （ X 为人均可支配收入， Y 为人均消费额，关于该回归模型的说法，说法正确的是（ ）。

- A. 人均可支配收入每减少1元，人均消费平均增长0.7元
- B. 人均可支配收入每增加1元，人均消费平均增长0.7元
- C. 人均可支配收入每增加1%，人均消费平均增长0.7%
- D. 当人均可支配收入为20 000元时，人均消费将为15 000元
- E. 人均可支配收入每减少1%，人均消费将平均增长0.7%

答案：BD



第三节 模型的检验和预测

一、回归模型的拟合效果分析

(1) 一般情况下，使用估计的回归方程之前，需要对模型进行检验：

- ①结合经济理论和经验分析回归系数的经济含义是否合理；
- ②分析估计的模型对数据的拟合效果如何；
- ③对模型进行假设检验。



第三节 模型的检验和预测

【例-多选题】一般情况下，使用估计的回归方程之前，需要对模型进行的检验有（ ）。

- A. 分析回归系数的经济含义是否合理
- B. 分析变量之间相关方向
- C. 分析估计的模型对数据的拟合效果如何
- D. 分析变量之间相关的程度
- E. 对模型进行假设检验

答案：ACE



第三节 模型的检验和预测

(2) 决定系数——一元线性回归模型拟合效果的一种测度方法

决定系数，也称为 R^2 ，可以测度回归直线对样本数据的拟合程度。



第三节 模型的检验和预测

①决定系数的取值在0到1之间，大体上说明了回归模型所能解释的因变量占因变量总变化的比例。决定系数 R^2 越高，越接近于1，模型的拟合效果就越好，即模型解释因变量的能力越强。否则，越接近于0，回归直线拟合效果越差。

②决定系数为1，所有观测点都落在回归直线上，说明回归直线可以解释因变量的所有变化。

③决定系数为0，说明回归直线无法解释因变量的变化，因变量的变化与自变量无关。



第三节 模型的检验和预测

【例-单选题】一元线性回归模型拟合效果的测度方法是（ ）。

- A. 相关系数
- B. 决定系数
- C. 方差系数
- D. 基尼系数

答案：B



第三节 模型的检验和预测

【例-多选题】关于决定系数，下列说法正确的有（ ）。

- A. 决定系数的取值在0到1之间
- B. 决定系数越接近于0，说明模型的拟合效果就越好
- C. 决定系数为1说明回归直线可以解释因变量的所有变化
- D. 决定系数为0说明回归直线无法解释因变量的变化
- E. 决定系数的取值大体上说明了回归模型所能解释的因变

量变化占因变量总变化的比例

答案：ACDE



第三节 模型的检验和预测

二、模型预测

回归分析的一个重要应用就是预测，即利用估计的回归模型预估因变量数值。

【例】估计的城镇居民人均可支配收入和人均消费的一元线性直线回归方程为：

$$\hat{Y} = 1292.6 + 0.629X$$

根据上面估计的回归方程，当城镇居民家庭人均可支配收入 $x=15\ 000$ 元时，人均消费支出是多少？

将 $x=15\ 000$ 元代入回归方程，得：

$$\hat{Y} = 1292.6 + 0.629X = 10731\text{元}$$

谢谢 观看

THANK YOU