



第四节

金融衍生品定价



第四节 金融衍生品定价

本节考点：

- 1、远期与期货的定价
- 2、期权的定价



第四节 金融衍生品定价

考点一、远期与期货的定价

（一）远期价格与远期合约价值

远期合约价值是指买卖双方在交易远期合约时买方应向卖方支付的现金，即产品本身的价值。

远期价格与远期合约价值是两个不同的概念。远期价格与标的资产的现货价格息息相关，而远期合约价值则是由远期交割价格与远期理论价格的价差决定的。



第四节 金融衍生品定价

考点一、远期与期货的定价

（一）远期价格与远期合约价值

合约签署时，交易双方会选择以当时现货价格为基础的远期理论价格为交割价格，此时合约价值为0。

随着时间的流逝，标的资产价格变化会带来远期价格的变化，但原有的交割价格则不可能改变，导致已有的远期合约价值不再为0，故在合约有效期内，远期合约价值可以是正的，也可以是负的。



第四节 金融衍生品定价

考点一、远期与期货的定价

（二）远期价格和期货价格的关系

从第六章关于远期与期货的定义可以看出，除标准化这一核心差异，两者在内容上具有高度的相似性，两者的定价也具有高度的关联性。

考克斯等经济学家证明，在理想情况下，无风险利率恒定，交割日相同的远期价格和期货价格应该相等。但当利率变化无法预测时，远期价格和期货价格则不相等。



第四节 金融衍生品定价

（二）远期价格和期货价格的关系

具体来看，当标的资产价格与利率正相关时，期货价格高于远期价格。

当标的资产价格上升时，期货价格通常也随之升高，期货合约的多头将因逐日盯市制度而立即获利，并可按高于平均利率的利率将所获利润进行再投资。



第四节 金融衍生品定价

当标的资产价格下跌时，期货合约的多头将因逐日盯市制度而立即亏损，但其可按低于平均利率的利率从市场融资以补充保证金。相比之下，远期合约的多头将不会因利率的变动而受到上述影响。因此，**期货多头比远期多头更具吸引力，期货价格自然就大于远期价格。**

当标的资产与利率负相关时，远期价格就会高于期货价格。



第四节 金融衍生品定价

（二）远期价格和期货价格的关系

除与利率的相关关系以外，远期价格和期货价格还会受到合约有效期的长短、税收、交易费用、保证金的处理方式、违约风险、流动性等方面的影响。

不过，在现实市场中，期货价格和远期价格的差异往往可以忽略不计。因此，在大多数情况下，我们仍可以合理地假定远期价格与期货价格相等，基于此，本文在后续的介绍将以远期合约的定价来进行分析。



第四节 金融衍生品定价

（三）无套利分析法的基本思路及基本假设

能够使远期合约价值为零的交割价格为远期理论价格，它与远期合约在双方签约时所确定的交割价格并不一定相等，但是，一旦出现理论价格和实际交割价格不相等的情况，就会出现套利的机会。

若交割价格远高于远期理论价格，套利者可以通过买入标的资产现货并卖出远期，然后等待交割，来收获无风险利润，这一过程中，套利者的行为会促使现货价格上升，交割价格下降，直至套利机会消失；

若交割价格低于远期理论价格，套利者就可以通过卖空标的资产现货、买入远期来获取无风险利润，从而促使现货价格下降，交割价格上升，直至套利机会消失。



第四节 金融衍生品定价

（三）无套利分析法的基本思路及基本假设

基于上面的分析，可以得知，在无套利机会的情况下，远期理论价格等于远期实际价格。为此，在对远期定价的过程中，无套利分析法是最为主要的分析方法。

其具体过程如下：构建两种投资组合，让两者的终值相等，如果终值相等，其现值一定相等。如果现值不相等的话，则会出现套利机会，即卖出现值较高的投资组合，买入现值较低的投资组合，并持有到期末，套利者就可以赚取无风险收益。套利者的行为会使现值较高的投资组合价格下降，较低现值的投资组合价格上升，最终使两者的现值相等。



第四节 金融衍生品定价

（三）无套利分析法的基本思路及基本假设

不过现实生活中，经常存在市场不完备的情况，导致套利成本的存在，如果套利成本高于 套利机会带来的收益，那么，套利者也不会进行相应操作，上述分析方法也就失效，为保障无套利分析法的严谨性，一般会进行如下假设：

- （1）没有交易费用和税收；
- （2）市场参与者能够以相同的无风险利率借入和贷出资金；
- （3）远期合约没有违约风险；
- （4）允许现货卖空行为；



第四节 金融衍生品定价

（三）无套利分析法的基本思路及基本假设

（5）当套利机会出现时，市场参与者将参与套利活动，从而使套利机会消失，计算出的理论价格就是在没有套利机会下的均衡价格；

（6）期货合约的保证金账户支付同样的无风险利率，这就意味着任何人均可不花成本地取得远期和期货的多头和空头地位。



第四节 金融衍生品定价

为方便分析，此处给出远期价格分析中的基本参数和符号。

T : 远期和期货合约的到期时间，单位为年；

t : 现在的时间，单位为年。变量 T 和 t 是从合约生效之前的某个日期开始计算的， $T-t$ 代表远期和期货合约中以年为单位的剩下的时间；

S : 标的资产在 t 时的价格；

S_T : 标的资产在 T 时的价格（在 T 时之前这个值是未知的）；

K : 远期合约的交割价格；

f : 远期合约在 t 时的价值；

F : t 时远期合约和期货合约中标的资产的远期理论价格和期货理论价格，在本书中，如无特别注明，我们分别简称为远期价格和期货价格；

r : T 时到期的以连续复利计算的 t 时的无风险利率。



第四节 金融衍生品定价

（四）无收益资产远期价格

无收益资产是指在到期日前不产生现金流的资产，如贴现债券。针对标的资产为无收益资产的情形，我们可以构建如下两个组合。

组合A：一份远期合约多头，加上金额为 $Ke^{-r(T-t)}$ 的现金。

组合B：一单位标的资产。



第四节 金融衍生品定价

在组合A中， $Ke^{-r(T-t)}$ 的现金可以以无风险利率进行投资，投资期为 $T-t$ ，待到 T 时，其金额将达到 K ，这是因为按照复利计算， $Ke^{-r(T-t)} * e^{r(T-t)}$ 正好等于 K ，同时组合A还有一份在 T 时交割价格为 K 的远期合约，在履约后组合A变为1单位标的资产，与组合B完全一样。



第四节 金融衍生品定价

根据无套利的原则，这两种组合的价值必须相等，即：

$$f + Ke^{-r(T-t)} = S$$

由于远期价格（F）就是使远期合约价值（f）为零的交割价格（K），即当f=0时，K=F。将这两个条件代入公式，可得：

$$F_t = S_t e^{r(T-t)}$$

这就是无收益资产的现货-远期平价定理，或称现货期货平价定理。

公式表明，对于无风险资产而言，远期价格等于其标的资产现货价格的终值。



第四节 金融衍生品定价

（五）支付已知现金收益资产的远期价格

支付已知现金收益资产是指在到期前会产生完全可预测的现金流的资产，如付息债券和支付已知现金红利的股票。

根据远期价格（F）的定义，公式可以转化得到支付已知现金收益资产的远期价格：

$$F_t = (S_t - I_t)e^{r(T-t)}$$

公式表明，支付已知现金收益资产的远期价格等于标的资产现货价格与现金收益现值差额的终值。



第四节 金融衍生品定价

（六）支付已知收益率资产的远期价格

支付已知收益率资产是指在到期前将产生与该资产现货价格成一定比率的收益的资产。

外汇是这类资产的典型代表，其收益率就是该外汇发行国的无风险利率。

股价指数也可以近似地看作是支付已知收益率资产。因为虽然各种股票的红利收益率是可变的，但作为反映市场整体水平的股价指数，其红利收益率是较易预测的。



第四节 金融衍生品定价

（六）支付已知收益率资产的远期价格

根据远期价格（F）的定义，可以进一步推算出支付已知收益率资产的远期价格：

$$F_t = S_t e^{(r-q)(T-t)}$$

公式表明，支付已知收益率资产的远期价格等于按无风险收益率与已知收益率之差计算的现货价格在T时的终值。



第四节 金融衍生品定价

【例】假设一支无红利支付的股票当前股价为20元，无风险连续复利为0.05，则该股票1年期的远期价格为：

$$F_t = S_t e^{r(T-t)} = 20e^{0.05} = 21.025$$



第四节 金融衍生品定价

【单选】通过远期价格公式可知，资产的远期价格与（ ）有关。

- A. 未来的资产价格
- B. 当前的现货价格
- C. 远期价值
- D. 交割额



第四节 金融衍生品定价

答案：B

解析：远期价格的公式表明，资产的远期价格仅与当前的现货价格有关，与未来的资产价格无关，因此远期价格并不是对未来资产价格的预期。



第四节 金融衍生品定价

【单选】买卖双方交易远期合约时买方应向卖方支付的现金，是（ ）。

- A. 远期合约价值
- B. 远期价格
- C. 期货价格
- D. 期权价格



第四节 金融衍生品定价

答案：A

解析：远期合约价值是指买卖双方在交易远期合约时买方应向卖方支付的现金，即产品本身的价值。



第四节 金融衍生品定价

【多选】无套利分析法的基本假设包括（ ）。

- A. 没有交易费用和税收
- B. 考虑对手违约风险
- C. 市场参与者能以相同的无风险利率借入和贷出资金
- D. 允许现货卖空行为
- E. 期货合约的保证金账户支付同样的无风险利率



第四节 金融衍生品定价

答案：ACDE

解析：无套利分析法的假设包括：

①没有交易费用和税收；②市场参与者能够以相同的无风险利率借入和贷出资金；③远期合约没有违约风险；④允许现货卖空行为；⑤当套利机会出现时，市场参与者将参与套利活动，从而使套利机会消失，计算出的理论价格就是在没有套利机会下的均衡价格；⑥期货合约的保证金账户支付同样的无风险利率，这就意味着任何人均可不花成本地取得远期和期货的多头和空头地位。



第四节 金融衍生品定价

考点二、期权的定价

（一）期权合约的盈亏分布

1、欧式看涨期权的盈亏分布

假设甲向乙购买了10000份标的资产为50ETF、约定成交价格为3元的欧式看涨期权，期权价格为每份0.2元，期权费支出为2000元。在期权合约到期日，甲乙双方的盈亏分布有以下几种情况。



第四节 金融衍生品定价

考点二、期权的定价

（一）期权合约的盈亏分布

1、欧式看涨期权的盈亏分布

（1）如果期权到期时，50ETF的价格低于3元，那么甲行权无利可图，因此甲会选择不行权，其会损失2000元的期权费，由于没有进一步交易，乙方的收益为期初的2000元期权费。



第四节 金融衍生品定价

1、欧式看涨期权的盈亏分布

(2) 如果期权到期时，50ETF的价格等于3.2元，那么甲即可通过行权，以每份3元的价格向乙购买10000份50ETF，并在市场上以3.2元的价格卖出，该笔50ETF的交易收益为2000元。甲在期初支付了2000元的期权费，因此，甲实现了盈亏平衡。对于乙而言，虽然其在期初获得了2000元的期权费，但是，以每份3元的价格卖给甲50ETF会让其亏损2000元，因此，乙也处于盈亏平衡的状态。



第四节 金融衍生品定价

1、欧式看涨期权的盈亏分布

(3) 如果期权到期时，50ETF期权的价格超过了3.2元，甲就可以实现净盈利。例如，价格上升至每份3.5元，那么甲可以通过行权，获得每份0.5元的收益，总计5000元，扣除2000元期权费，净收益为3000元。而对于乙而言，其以每份低于市场价0.5元价格卖出，会让其在50ETF交易中亏损5000元，但是2000元的期权费会让其净损失减为3000元。



第四节 金融衍生品定价

从上面的分析可以看出，期权交易双方的盈亏分布具有零和性，即一方的亏损是另一方的收益。

对于欧式看涨期权的持有者而言，其是否行权，主要取决于标的资产市场价格 S_T 是否超过了执行价格 X 。

如果标的资产市场价格超过了执行价格，期权持有者即可行权，并在标的资产交易上获取 $S_T - X$ 的收益。如果执行价格高于标的资产市场价格，那么投资者可以在市场上买到更便宜的标的资产，因此不会行权，也就不会产生收益和亏损，此时期权持有者在标的资产交易上收益为0。

投资者的收益是一个分段函数，简单表示为 $\max(S_T - X, 0)$ 。



第四节 金融衍生品定价

不过在期初购买期权的时候，投资者会支付一定的期权费 c ，因此，看涨期权购买者的净收益为 $\max(S_T - X, 0) - c$ ，其盈亏分布如下图所示。

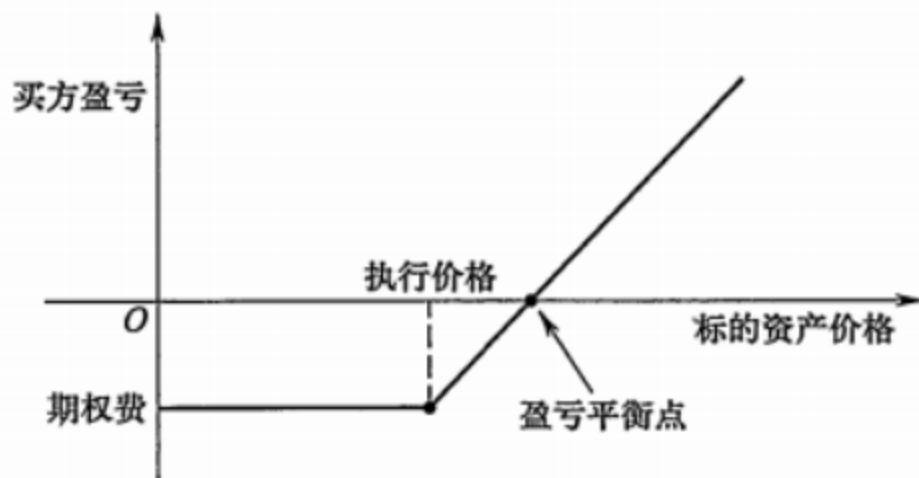


图 7-6 看涨期权购买者盈亏分布



第四节 金融衍生品定价

由于期权交易具有零和性，看涨期权卖出方盈亏分布如下图所示。

可以看到，期权的购买者以较小的期权费换来了较大盈利的可能性，而期权的卖出方则为了赚取期权费而冒着大量亏损的风险。

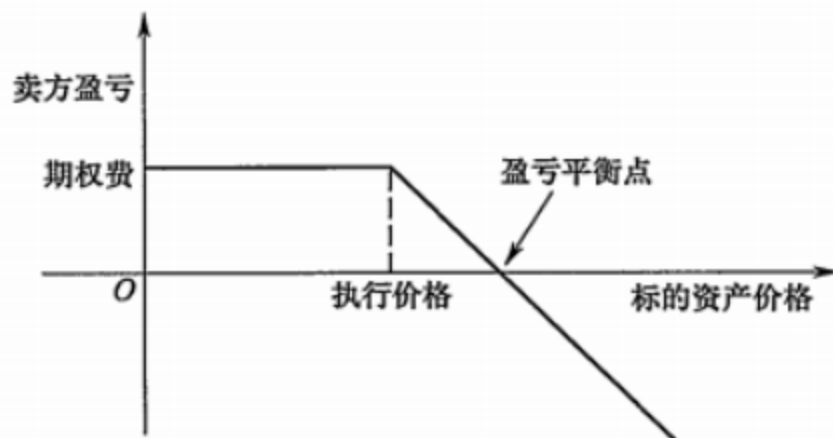


图 7-7 看涨期权卖出方盈亏分布