（二）投资组合的风险计量

1.两种证券投资组合收益率的方差：

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2 r_{1,2}$$

【公式推导】

令$w_1\sigma_1$＝a，$w_2\sigma_2$＝b，则$\sigma_p^2 = a^2+b^2+2abr_{1,2}$

（1）若$r_{1,2}$＝1，则：$\sigma_p^2 = a^2+b^2+2ab$＝$(a+b)^2$＝$(w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2)^2$，$\sigma_p$＝$(w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2)$，即组合标准差等于各证券标准差的加权平均数。此时，两证券完全正相关，投资组合没有降低任何风险。

（2）若$r_{1,2}$＜1，则：σ_p＜$(w_1\sigma_1 + w_2\sigma_2)$，组合标准差小于各证券标准差的加权平均数，投资组合降低了风险。

（3）若$r_{1,2}$＝-1，则：σ_p＝$(w_1\sigma_1 - w_2\sigma_2)$，投资组合可以最大限度的降低风险，但不能消除所有风险。

2.r为相关系数，其取值范围为[-1，+1]。

<table>
<tr><td>相关系数</td><td colspan="2">相关关系</td><td>对风险的影响</td></tr>
<tr><td>r＝1</td><td colspan="2">完全正相关，两项资产的收益率变化方向和变化幅度完全相同</td><td>不能降低任何风险</td></tr>
<tr><td>r＝-1</td><td colspan="2">完全负相关，两项资产的收益率变化方向和变化幅度完全相反</td><td>最大限度地降低风险</td></tr>
<tr><td rowspan="3">r＜1</td><td>0＜r＜1</td><td>正相关</td><td rowspan="3">可以降低风险</td></tr>
<tr><td>-1＜r＜0</td><td>负相关</td></tr>
<tr><td>r　＝0</td><td>不相关</td></tr>
</table>

【例题】假设A证券的预期报酬率为10％，标准差是12％。B证券的预期报酬率是18％，标准差是20％。假设等比例投资于两种证券，即各占50％。

如果两种证券之间的预期相关系数是0.2，组合的标准差会小于加权平均的标准差，其标组合标准差

$$\sigma_p = \sqrt{(0.5\times12\%)^2+(0.5\times20\%)^2+2\times(0.5\times12\%)\times(0.5\times20\%)\times0.2} = 12.65\%$$

【例-多选题】市场上有两种有风险证券X和Y，下列情况下，两种证券组成的投资组合风险低于二者加权平均风险的有（　）。

A.X和Y期望报酬率的相关系数是0

B.X和Y期望报酬率的相关系数是-1

C.X和Y期望报酬率的相关系数是0.5

D.X和Y期望报酬率的相关系数是1

答案：ABC

解析：当相关系数为1时，两种证券的投资组合的风险等于二者的加权平均数。

3. 协方差

两种证券投资组合收益率的方差：

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2 r_{1,2}$$

协方差 $\sigma_{12} = \sigma_1\sigma_2 r_{1,2}$

4. 协方差矩阵

（1）两种证券组合的协方差矩阵

$\sigma_{1,1}$	$\sigma_{1,2}$
$\sigma_{2,1}$	$\sigma_{2,2}$

一共4项，2个方差项和2个协方差项。

$$\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2 r_{1,}$$

（2）三种证券组合的协方差矩阵

$\sigma_{1,1}$	$\sigma_{1,2}$	$\sigma_{1,3}$
$\sigma_{2,1}$	$\sigma_{2,2}$	$\sigma_{2,3}$
$\sigma_{3,1}$	$\sigma_{3,2}$	$\sigma_{3,3}$

一共9项，3个方差项，6个协方差项。

以此类推……

【结论】协方差比方差更重要。随着证券组合中证券个数的增加，协方差项比方差项越来越重要。充分投资组合的风险，只受证券之间协方差的影响，而与各证券本身的方差无关。