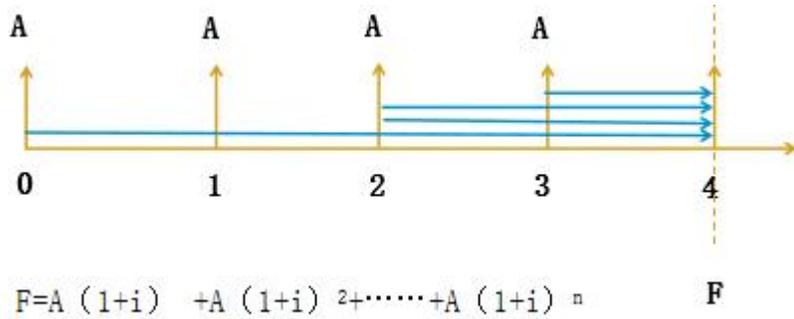


(二) 预付年金的终值和现值

1. 预付年金终值 (求F)



$$F = A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^n$$

与普通年金终值相比:

普通年金终值:  $F = A + A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^{n-1}$

预付年金终值:  $F = A(1+i) + A(1+i)^2 + \dots + A(1+i)^n$

→ 预付年金终值 = 普通年金终值 × (1+i)

→ 预付年金终值系数 = 普通年金终值系数 × (1+i)

或利用等比数列求和公式  $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$  推导, 首项  $a_1$  为  $A(1+i)$ , 公比  $q$  为  $(1+i)$ , 得:  $F = A \times \left[ \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right]$

预付年金终值系数  $\left[ \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right]$  与普通年金终值系数  $\left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$  相比, 期数+1, 系数-1。

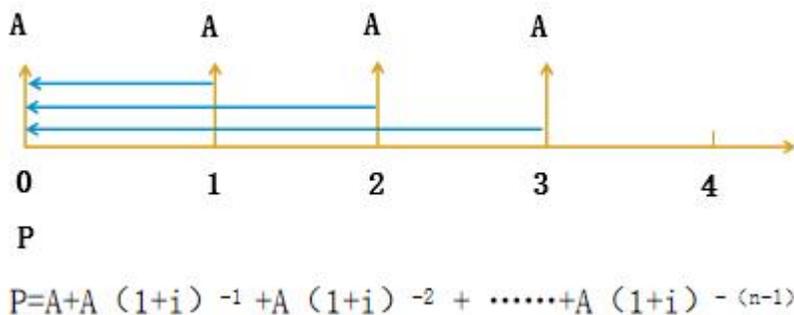
**【例-单选题】** 假设银行利率为  $i$ , 从现在开始每年年末存款为1元,  $n$  年后的本利和  $\left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$  元, 如果改为每年年初存款, 存款期数不变,  $n$  年后的本利和应为 ( ) 元。

- A.  $\left[ \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} \right]$
- B.  $\left[ \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right]$
- C.  $\left[ \frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} + 1 \right]$
- D.  $\left[ \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} + 1 \right]$

**答案:** B

**解析:** 预付年金终值系数和普通年金终值系数相比, 期数加1, 系数减1。

2. 预付年金现值 (求P)



$$P=A+A(1+i)^{-1}+A(1+i)^{-2}+\cdots+A(1+i)^{-(n-1)}$$

与普通年金现值相比：

$$\text{普通年金现值：} P=A(1+i)^{-1}+A(1+i)^{-2}+\cdots+A(1+i)^{-n}$$

$$\text{预付年金现值：} P=A+A(1+i)^{-1}+\cdots+A(1+i)^{-(n-1)}$$

$$\rightarrow \text{预付年金现值} = \text{普通年金现值} \times (1+i)$$

$$\rightarrow \text{预付年金现值系数} = \text{普通年金现值系数} \times (1+i)$$

或利用等比数列求和公式  $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$  推导，首项  $a_1$  为  $A$ ，公比  $q$  为  $(1+i)^{-1}$ ，得：
$$P=A \times \left[ \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} + 1 \right]$$

预付年金终值系数  $\left[ \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} + 1 \right]$  与普通年金终值系数  $\left[ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right]$  相比，期数+1，系数-1。

【总结】“预付终值期+1，预付现值期-1”

【例-单选题】已知  $(P/A, 8\%, 5) = 3.9927$ ， $(P/A, 8\%, 6) = 4.6229$ ， $(P/A, 8\%, 7) = 5.2064$ ，则6年期、折现率为8%的预付年金现值系数是（ ）。

- A. 2.9927
- B. 4.2064
- C. 4.9927
- D. 6.2064

答案：C

解析：6年期、折现率为8%的预付年金现值系数 =  $(P/A, 8\%, 6) \times (1+8\%) = 4.6229 \times (1+8\%) = 4.9927$  或  $[(P/A, 8\%, 6-1) + 1] = 3.9927 + 1 = 4.9927$ 。