



第二节 双代号网络计划

(4) 网络计划的计算工期应等于以网络计划终点节点为完成节点的工作的最早完成时间的最大值，即

$$T_c = \max \{EF_{i-n}\} = \max \{ES_{i-n} + D_{i-n}\}$$

式中： T_c ——网络计划的计算工期；

EF_{i-n} ——以网络计划终点节点 n 为完成节点的工作的最早完成时间；

ES_{i-n} ——以网络计划终点节点 n 为完成节点的工作的最早开始时间；

D_{i-n} ——以网络计划终点节点 n 为完成节点的工作的持续时间。

例如，在本例中，网络计划的计算工期为：

$$T_c = \max \{EF_{2-7}, EF_{5-7}, EF_{6-7}\} = \max \{11, 12, 15\} = 15$$



第二节 双代号网络计划

2. 确定网络计划的计划工期

在本例中，假设未规定要求工期，则其计划工期就等于计算工期，即 $T_p=T_c=15$

计划工期应标注在网络计划终点节点的右上方。

3. 计算工作的最迟完成时间和最迟开始时间

工作最迟完成时间和最迟开始时间的计算应从网络计划的终点节点开始，逆着箭线方向依次进行，计算步骤如下。



第二节 双代号网络计划

(1) 以网络计划终点节点为完成节点的工作，其最迟完成时间等于网络计划的计划工期，即 $LF_{i-n}=T_p$

式中： LF_{i-n} ——以网络计划终点节点 n 为完成节点的工作的最迟完成时间；

T_p ——网络计划的计划工期。

例如，在本例中，工作②-⑦、工作⑤-⑦和工作⑥-⑦的最迟完成时间为：

$$LF_{2-7}=LF_{5-7}=LF_{6-7}=T_p=15$$



第二节 双代号网络计划

(2) 工作的最迟开始时间可利用以下公式进行计算：

$$LS_{i-j}=LF_{i-j}-D_{i-j}$$

式中： LS_{i-j} ——工作 $i-j$ 的最迟开始时间；

LF_{i-j} ——工作 $i-j$ 的最迟完成时间；

D_{i-j} ——工作 $i-j$ 的持续时间。

例如，在本例中，工作②-⑦、工作⑤-⑦和工作⑥-⑦的最迟开始时间分别为：

$$LS_{2-7}=LF_{2-7}-D_{2-7}=15-5=10$$

$$LS_{5-7}=LF_{5-7}-D_{5-7}=15-3=12$$

$$LS_{6-7}=LF_{6-7}-D_{6-7}=15-5=10$$



第二节 双代号网络计划

(3) 其他工作的最迟完成时间应等于其所有紧后工作最迟开始时间的最小值, 即

$$LF_{i-j} = \min \{LS_{j-k}\} = \min \{LF_{j-k} - D_{j-k}\} \quad (5-6)$$

式中: LF_{i-j} ——工作*i-j*的最迟完成时间;

LS_{j-k} ——工作*i-j*的紧后工作*j-k* (非虚工作) 的最迟开始时间;

LF_{j-k} ——工作*i-j*的紧后工作*j-k* (非虚工作) 的最迟完成时间;

D_{j-k} ——工作*i-j*的紧后工作*j-k* (非虚工作) 的持续时间。

例如, 在本例中, 工作③-⑤和工作④-⑥的最迟完成时间分别为:

$$LF_{3-5} = \min \{LS_{5-7}, LS_{6-7}\} = \min \{12, 10\} = 10$$

$$LF_{4-6} = LS_{6-7} = 10$$



第二节 双代号网络计划

4. 计算工作的总时差

工作的总时差等于该工作最迟完成时间与最早完成时间之差，或该工作最迟开始时间与最早开始时间之差，即

$$TF_{i-j} = LF_{i-j} - EF_{i-j} = LS_{i-j} - ES_{i-j}$$

式中： TF_{i-j} ——工作*i-j*的总时差。

例如，本例中，工作③-⑤的总时差为：

$$TF_{3-5} = LF_{3-5} - EF_{3-5} = 10 - 9 = 1$$

或

$$TF_{3-5} = LS_{3-5} - ES_{3-5} = 5 - 4 = 1$$



第二节 双代号网络计划

5. 计算工作的自由时差

工作自由时差的计算应按以下两种情况分别考虑。

(1) 对于有紧后工作的情况，其自由时差等于紧后工作最早开始时间减去本工作最早完成时间所得差的最小值，即

$$FF_{i-j} = \min \{ES_{j-k} - EF_{i-j}\} = \min \{ES_{j-k} - ES_{i-j} - D_{i-j}\} \quad (5-8)$$

式中： FF_{i-j} ——工作*i-j*的自由时差；

ES_{j-k} ——工作*i-j*的紧后工作*j-k*（非虚工作）的最早开始时间；

EF_{i-j} ——工作*i-j*的最早完成时间；

ES_{i-j} ——工作*i-j*的最早开始时间；

D_{i-j} ——工作*i-j*的持续时间。



第二节 双代号网络计划

例如，在本例中，工作①-④和工作③-⑤的自由时差分别为：

$$FF_{1-4}=ES_{4-6}-EF_{1-4}=4-2=2$$

$$FF_{3-5}=\min \{ES_{5-7}-EF_{3-5}, ES_{6-7}-EF_{3-5}\}=\min \{9-9, 10-9\}=0$$

(2) 对于无紧后工作的情况，也就是以网络计划终点节点为完成节点的工作，其自由时差等于计划工期与本工作最早完成时间之差，即

$$FF_{i-n}=T_p-EF_{i-n}=T_p-ES_{i-n}-D_{i-n}$$



第二节 双代号网络计划

式中： FF_{i-n} ——以网络计划终点节点n为完成节点的工作i-n的自由时差；

T_p ——网络计划的计划工期；

EF_{i-n} ——以网络计划终点节点n为完成节点的工作i-n的最早完成时间；

ES_{i-n} ——以网络计划终点节点n为完成节点的工作i-n的最早开始时间；

D_{i-n} ——以网络计划终点节点n为完成节点的工作i-n的持续时间。

例如，在本例中，工作②-⑦、工作⑤-⑦和工作⑥-⑦的自由时差分别为：

$$FF_{2-7}=T_p-EF_{2-7}=15-11=4$$

$$FF_{5-7}=T_p-EF_{5-7}=15-12=3$$

$$FF_{6-7}=T_p-EF_{6-7}=15-15=0$$



第二节 双代号网络计划

需要指出的是，对于网络计划中以终点节点为完成节点的工作，其自由时差与总时差相等。

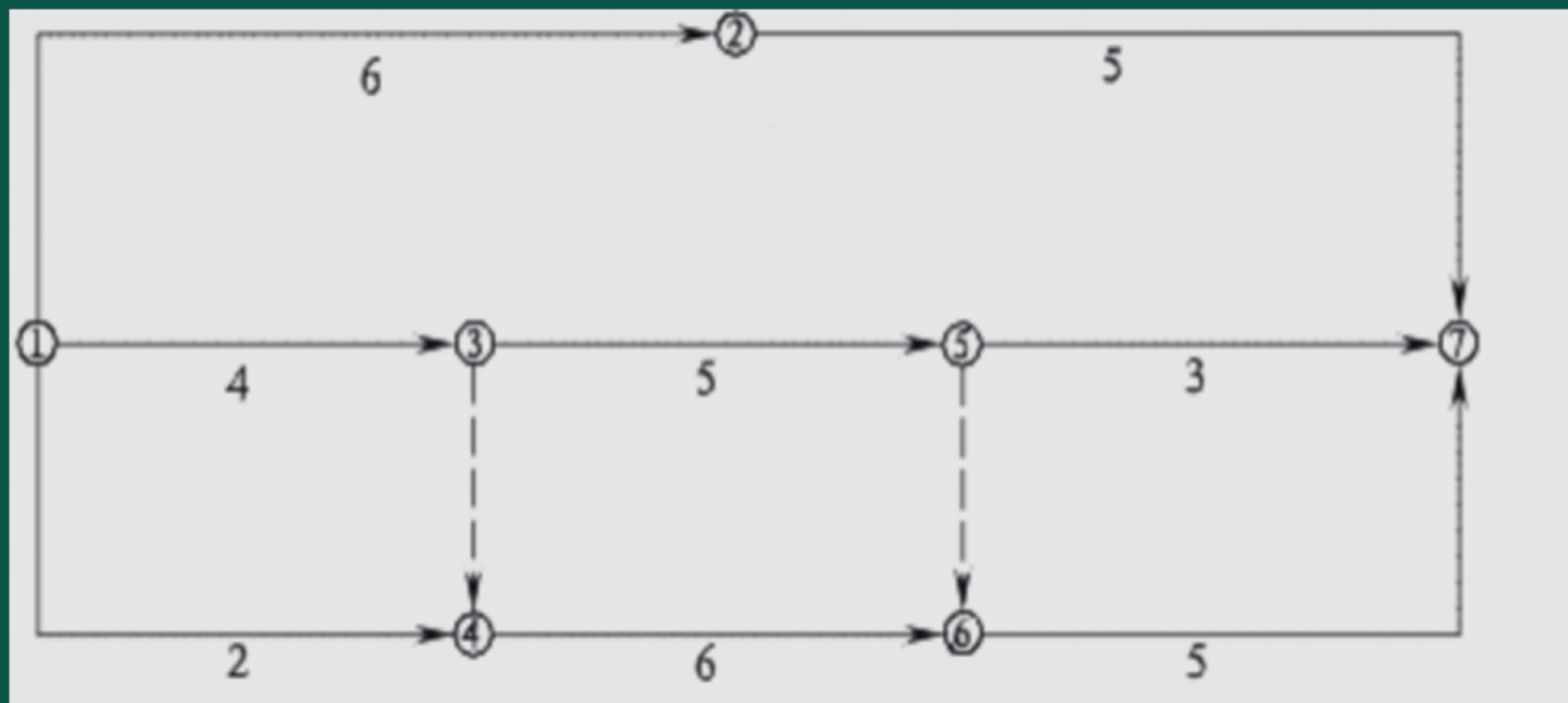
由于工作的自由时差是其总时差的构成部分，因此，当工作的总时差为0时，其自由时差必然为0，可不必进行专门计算。

例如，在本例中，工作①-③、工作④-⑥和工作⑥-⑦的总时差均为0，故其自由时差也均为0。

在上述计算过程中，是将每项工作的六个时间参数均标注在图中，故称为六时标注法，如图5-3所示。



第二节 双代号网络计划





第二节 双代号网络计划

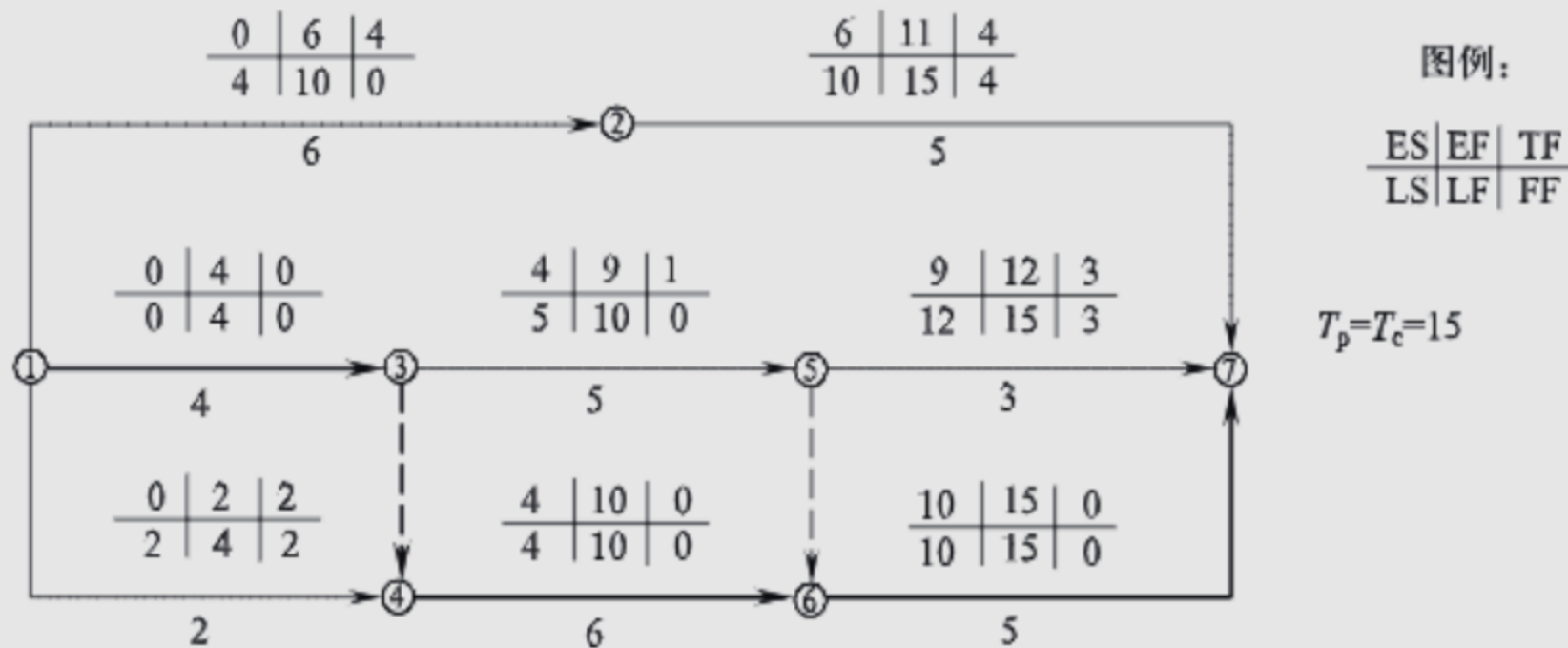


图5-3双代号网络计划（六时标注法）



第二节 双代号网络计划

(三) 按节点计算法★★★★★

按节点计算法，是指先计算网络计划中各个节点的最早时间和最迟时间，然后再以此为根据计算各项工作的时间参数和网络计划的计算工期。

下面仍以图5-2所示双代号网络计划为例，说明按节点计算法计算时间参数的过程。计算结果如图5-5所示。



第二节 双代号网络计划

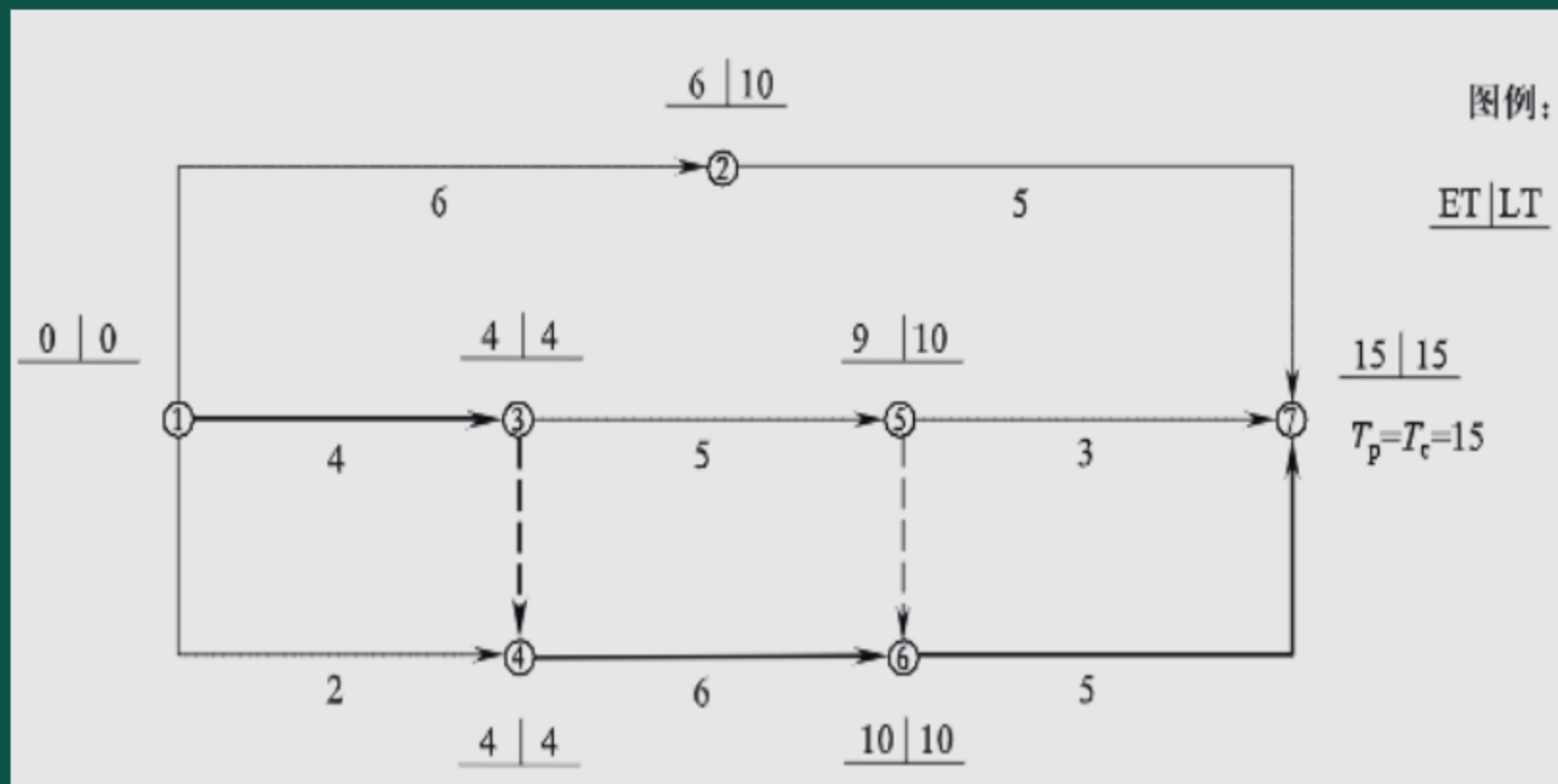


图5-5双代号网络计划（按节点计算法）



第二节 双代号网络计划

1. 计算节点的最早时间和最迟时间

(1) 计算节点的最早时间。节点最早时间的计算应从网络计划的起点节点开始，顺着箭线方向依次进行，计算步骤如下。

1) 对于网络计划起点节点，如未规定最早时间时，其值等于0。例如，在本例中，起点节点①的最早时间为0，即 $ET_1=0$

2) 其他节点的最早时间应按以下公式进行计算：

$$ET_j = \max \{ ET_i + D_{i-j} \}$$

式中： ET_j ——工作*i-j*的完成节点*j*的最早时间；

ET_i ——工作*i-j*的开始节点*i*的最早时间；

D_{i-j} ——工作*i-j*的持续时间。



第二节 双代号网络计划

例如，在本例中，节点③和节点④的最早时间分别为：

$$ET_3 = ET_1 + D_{1-3} = 0 + 4 = 4$$

$$ET_4 = \max \{ ET_1 + D_{1-4}, ET_3 + D_{3-4} \} = \max \{ 0 + 2, 4 + 0 \} = 4$$

3) 网络计划的计算工期等于网络计划终点节点的最早时间，即

$$T_c = ET_n$$

式中： T_c ——网络计划的计算工期；

ET_n ——网络计划终点节点n的最早时间。

例如，在本例中，网络计划的计算工期为：

$$T_c = ET_7 = 15$$



第二节 双代号网络计划

(2) 确定网络计划的计划工期。在本例中, 假设未规定要求工期, 则其计划工期就等于计算工期, 即

$$T_p = T_c = 15$$

计划工期应标注在终点节点的右上方, 如图5-5所示。

(3) 计算节点的最迟时间。计算节点的最迟时间应从网络计划的终点节点开始, 逆着箭线方向依次进行, 计算步骤如下。

1) 网络计划终点节点的最迟时间等于网络计划的计划工期, 即

$$LT_n = T_p$$

式中: LT_n ——网络计划终点节点n的最迟时间;

T_p ——网络计划的计划工期。

例如, 在本例中, 终点节点⑦的最迟时间为:

$$LT_7 = T_p = 15$$



第二节 双代号网络计划

2) 其他节点的最迟时间应按以下公式进行计算:

$$LT_i = \min \{ LT_j - D_{i-j} \}$$

式中: LT_i ——工作*i-j*的开始节点*i*的最迟时间;

LT_j ——工作*i-j*的完成节点*j*的最迟时间;

D_{i-j} ——工作*i-j*的持续时间。

例如, 在本例中, 节点⑥和节点⑤的最迟时间分别为:

$$LT_6 = LT_7 - D_{6-7} = 15 - 5 = 10$$

$$LT_5 = \min \{ LT_6 - D_{5-6}, LT_7 - D_{5-7} \} = \min \{ 10 - 0, 15 - 3 \} = 10$$



第二节 双代号网络计划

2. 根据节点的最早时间和最迟时间判定工作的六个时间参数

(1) 工作的最早开始时间等于该工作开始节点的最早时间, 即

$$ES_{i-j}=ET_i$$

例如, 在本例中, 工作①-②和工作②-⑦的最早开始时间分别为:

$$ES_{1-2}=ET_1=0$$

$$ES_{2-7}=ET_2=6$$

(2) 工作的最早完成时间等于该工作开始节点的最早时间与其持续时间之和, 即

$$EF_{i-j}=ET_i+D_{i-j}$$

例如, 在本例中, 工作①-②和工作②-⑦的最早完成时间分别为:

$$EF_{1-2}=ET_1+D_{1-2}=0+6=6$$

$$EF_{2-7}=ET_2+D_{2-7}=6+5=11$$



第二节 双代号网络计划

(3) 工作的最迟完成时间等于该工作完成节点的最迟时间，即

$$LF_{i-j}=LT_j$$

例如，在本例中，工作①-②和工作②-⑦的最迟完成时间分别为：

$$LF_{1-2}=LT_2=10$$

$$LF_{2-7}=LT_7=15$$

(4) 工作的最迟开始时间等于该工作完成节点的最迟时间与其持续时间之差，即

$$LS_{i-j}=LT_j-D_{i-j}$$

例如，在本例中，工作①-②和工作②-⑦的最迟开始时间分别为：

$$LS_{1-2}=LT_2-D_{1-2}=10-6=4$$

$$LS_{2-7}=LT_7-D_{2-7}=15-5=10$$



第二节 双代号网络计划

(5) 工作的总时差可根据上述公式得到:

$$TF_{i-j} = LF_{i-j} - EF_{i-j} = LT_j - (ET_i + D_{i-j}) = LT_j - ET_i - D_{i-j}$$

由公式可知, 工作的总时差等于该工作完成节点的最迟时间减去该工作开始节点的最早时间所得差值再减其持续时间。

例如, 在本例中, 工作①-②和工作③-⑤的总时差分别为:

$$TF_{1-2} = LT_2 - ET_1 - D_{1-2} = 10 - 0 - 6 = 4$$

$$TF_{3-5} = LT_5 - ET_3 - D_{3-5} = 10 - 4 - 5 = 1$$



第二节 双代号网络计划

(6) 工作的自由时差可根据上述公式得到:

$$FF_{i-j} = \min \{ES_{j-k} - ES_{i-j} - D_{i-j}\} = \min \{ES_{j-k}\} - ES_{i-j} - D_{i-j} = \min \{ET_j\} - ET_i - D_{i-j}$$

由公式可知, 工作的自由时差等于该工作完成节点的最早时间减去该工作开始节点的最早时间所得差值再减其持续时间。

例如, 在本例中, 工作①-②和工作③-⑤的自由时差分别为:

$$FF_{1-2} = ET_2 - ET_1 - D_{1-2} = 6 - 0 - 6 = 0$$

$$FF_{3-5} = ET_5 - ET_3 - D_{3-5} = 9 - 4 - 5 = 0$$

特别需要注意的是, 如果本工作与其各紧后工作之间存在虚工作时, 其中的 ET_j 应为本工作紧后工作开始节点的最早时间, 而不是本工作完成节点的最早时间。



第二节 双代号网络计划

【例题】在双代号网络计划中，工作N的持续时间是6天，最早完成时间是第13天，其总时差为5天则工作N的最迟开始时间是第（ ）天。

- A. 11
- B. 12
- C. 13
- D. 18



第二节 双代号网络计划

答案：B

解析：工作N的最早开始时间=最早完成时间-持续时间
 $=13-6=7$ 。工作N的最迟开始时间=工作N的最早开始时间+总时
差 $=7+5=12$ 。



第二节 双代号网络计划

【例题】某工程双代号网络计划中，工作M的最早开始时间是第8天，其持续时间为6天。该工作有二项紧后工作，其最迟开始时间分别为第18天和第19天。则工作M的总时差是（ ）天。

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 6



第二节 双代号网络计划

答案：C

解析：m工作最迟完成时间= $\min\{18, 19\}=18$ ，总时差=本工作最迟完成时间-本工作最早完成时间=本工作最迟开始时间-本工作最早开始时间= $18-(8+6)=4$ 。



第二节 双代号网络计划

三、关键工作及关键线路的确定

网络计划中，从起点节点开始，沿箭头方向顺序通过一系列箭线与节点，最后到达终点节点的通路被称为线路。

在关键线路法（CPM）中，线路上所有工作的持续时间总和称为该线路的总持续时间。

总持续时间最长的线路称为关键线路，关键线路的长度就是网络计划的总工期。



第二节 双代号网络计划

在网络计划中，**关键线路可能不止一条**。而且在网络计划执行过程中，由于工作进度加快或延误，以及逻辑关系的改变，**关键线路还会发生转移**。

关键线路上的工作称为关键工作。

在网络计划的实施过程中，**关键工作的实际进度提前或拖后**，均会对总工期产生影响。



第二节 双代号网络计划

(一) 按工作计算法判断★★★★

在网络计划中，总时差最小的工作为关键工作。

当网络计划的计划工期等于计算工期时，总时差为0的工作就是关键工作。

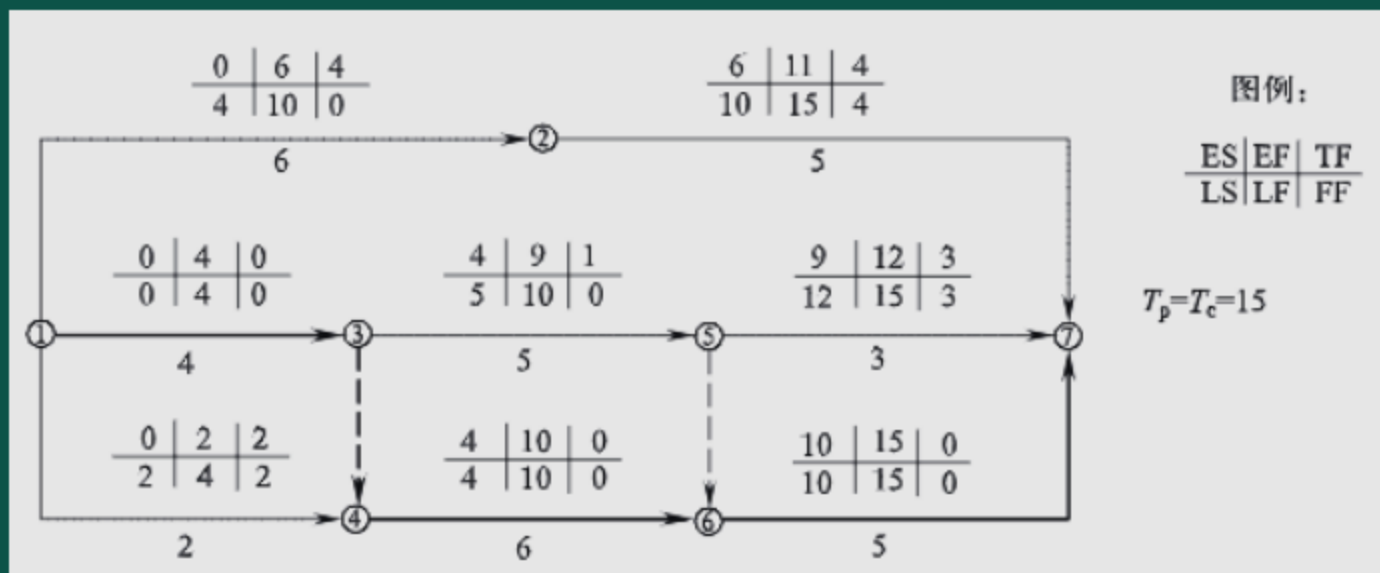


图5-3双代号网络计划（六时标注法）



第二节 双代号网络计划

例如，在图5-3所示网络计划中，工作①-③、工作④-⑥和工作⑥-⑦的总时差均为0，所以它们都是关键工作。

找出关键工作之后，将这些关键工作首尾相连，便至少可以构成一条从起点节点到终点节点的通路，通路上各项工作的持续时间总和**最大的**就是关键线路。在关键线路上可能有虚工作存在。

在图5-3所示网络计划中，线路①-③-④-⑥-⑦即为关键线路。关



第二节 双代号网络计划

(二) 按节点计算法判断★★★

1. 关键节点及其特性

在双代号网络计划中，关键线路上的节点称为关键节点。

关键工作两端的节点必为关键节点，但两端为关键节点的工作不一定是关键工作。

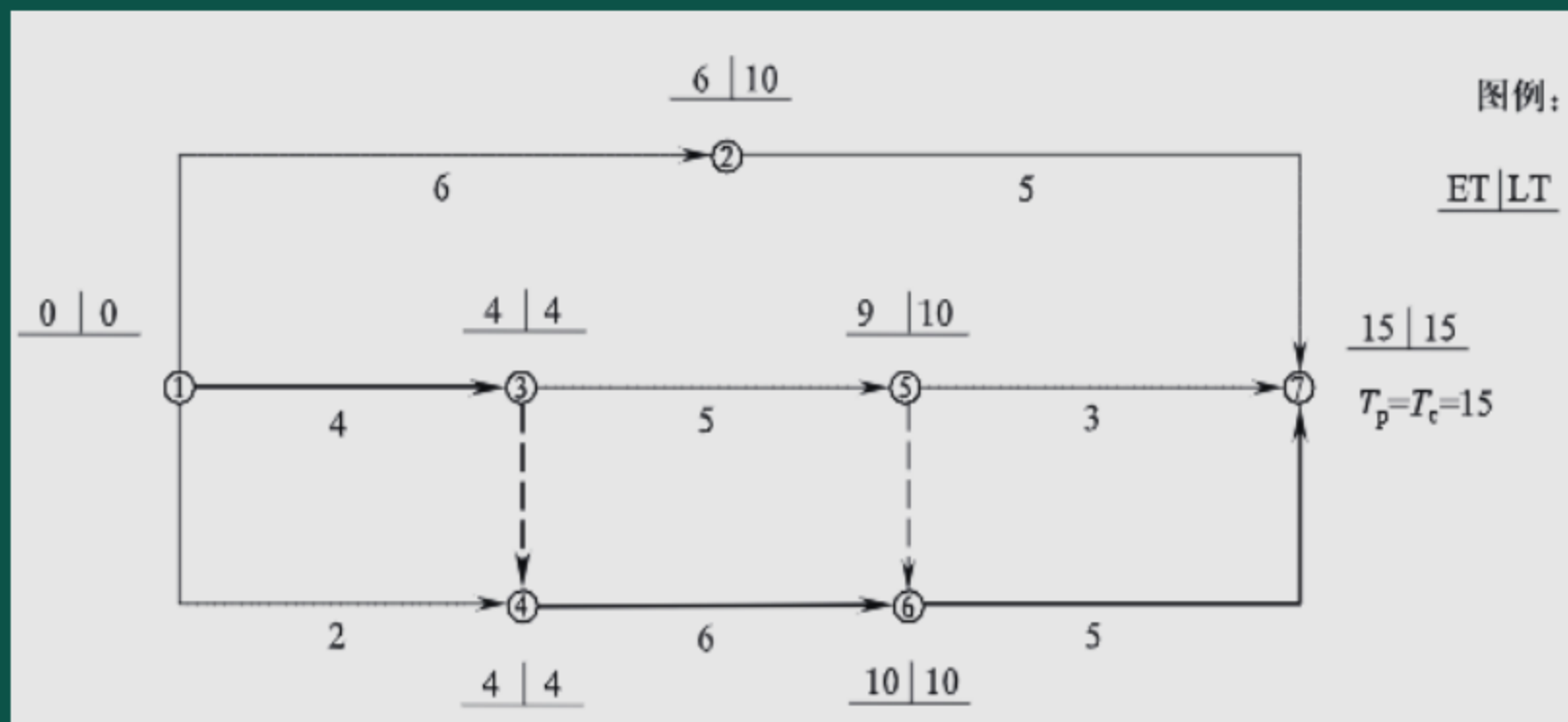
关键节点的最迟时间与最早时间的差值最小。



第二节 双代号网络计划

当网络计划的计划工期等于计算工期时，关键节点的最早时间与最迟时间必然相等。

图5-5双代号网络计划（按节点计算法）





第二节 双代号网络计划

例如，在图5-5所示网络计划中，节点①、③、④、⑥、⑦就是关键节点。

在双代号网络计划中，当计划工期等于计算工期时，关键节点具有以下特性。

(1) 开始节点和完成节点均为关键节点的工作，不一定是关键工作。例如，在图5-5所示网络计划中，节点①和节点④均为关键节点，但工作①-④为非关键工作。由于工作①-④两端为关键节点，机动时间不可能为其他工作所利用，故其总时差和自由时差均为2。

(2) 以关键节点为完成节点的工作，其总时差和自由时差必然相等。例如，在图5-5所示网络计划中，工作①-④的总时差和自由时差均为2，工作②-⑦的总时差和自由时差均为4，工作⑤-⑦的总时差和自由时差均为3。



第二节 双代号网络计划

(3) 当两个关键节点间有多项工作，且工作间的非关键节点无其他内向箭线和外向箭线时，则两个关键节点间各项工作的总时差均相等。在这些工作中，除以关键节点为完成的节点的工作自由时差等于总时差外，其余工作的自由时差均为0。例如，在图5-5所示网络计划中，工作①-②和工作②-⑦的总时差均为4；工作②-⑦的自由时差等于总时差，而工作①-②的自由时差为0。



第二节 双代号网络计划

(4) 当两个关键节点间有多项工作，且工作间的非关键节点有外向箭线而无其他内向箭线时，则两个关键节点间各项工作的总时差不一定相等。在这些工作中，除了以关键节点为完成的节点的工作自由时差等于总时差外，其余工作的自由时差均为0。

例如，在图5-5所示网络计划中，工作③-⑤和工作⑤-⑦的总时差分别为1和3；工作⑤-⑦的自由时差等于总时差，而工作③-⑤的自由时差为0。



第二节 双代号网络计划

2. 利用关键节点判断关键工作和关键线路

在网络计划中，关键节点必然处在关键线路上，但由关键节点组成的线路不一定是关键线路。例如，在图5-5所示网络计划中，由关键节点①、④、⑥、⑦组成的线路就不是关键线路。

当利用关键节点判别关键工作时，还要满足下列判别式：

$$ET_i + D_{i-j} = ET_j$$

或

$$LT_i + D_{i-j} = LT_j$$



第二节 双代号网络计划

式中： ET_i ——工作*i-j*的开始节点（关键节点）*i*的最早时间；

D_{i-j} ——工作*i-j*的持续时间；

ET_j ——工作*i-j*的完成节点（关键节点）*j*的最早时间；

LT_i ——工作*i-j*的开始节点（关键节点）*i*的最迟时间；

LT_j ——工作*i-j*的完成节点（关键节点）*j*的最迟时间。

如果两个关键节点之间的工作符合上述判别式，则该工作必然为关键工作，也必然在关键线路上；否则，该工作就不是关键工作，关键线路也就不会从此处经过。例如，在图5-5所示网络计划中，工作①-③、虚工作③-④、工作④-⑥和工作⑥-⑦均符合上述判别式，故线路①-③-④-⑥-⑦为关键线路。



第二节 双代号网络计划

（三）利用标号法快速判断★

标号法利用按节点计算法的基本原理，对网络计划中的每一节点按顺序进行标号，然后利用标号值确定网络计划的计算工期和关键线路。

下面仍以图5-2所示双代号网络计划为例，说明标号法的计算过程。计算结果如图5-6所示。

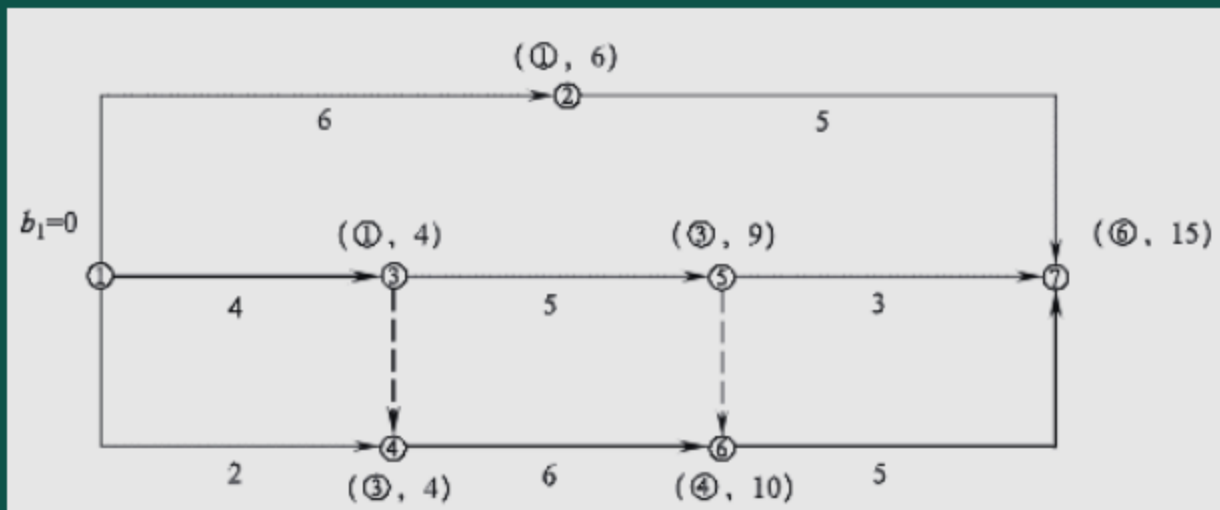


图5-6双代号网络计划（标号法）



第二节 双代号网络计划

1. 按顺序进行节点标号

(1) 网络计划起点节点的标号值为0。在本例中，节点①的标号值为0，即 $b_1=0$ 。

(2) 其他节点的标号值应根据以下公式按节点编号从小到大的顺序逐个进行计算：

$$b_j = \max \{ b_i + D_{i-j} \}$$

式中： b_j ——工作 $i-j$ 的完成节点 j 的标号值；

b_i ——工作 $i-j$ 的开始节点 i 的标号值；

D_{i-j} ——工作 $i-j$ 的持续时间。



第二节 双代号网络计划

例如，在本例中，节点③和节点④的标号值分别为：

$$b_3 = b_1 + D_{1-3} = 0 + 4 = 4$$

$$b_4 = \max \{ b_1 + D_{1-4}, b_3 + D_{3-4} \} = \max \{ 0 + 2, 4 + 0 \} = 4$$

当计算出节点的标号值后，应使用节点的标号值及源节点对该节点进行双标号。

所谓源节点，就是用来确定本节点标号值的节点。

例如，在本例中，节点④的标号值4是由节点③所确定，故节点④的源节点就是节点③。如果源节点有多个，应将所有源节点标出。

(3) 网络计划的计算工期就是网络计划终点节点的标号值。

在本例中，计算工期就等于终点节点⑦的标号值15。



第二节 双代号网络计划

2. 利用源节点快速判定关键线路

在双代号网络计划中，关键线路应从网络计划的终点节点开始，逆着箭线方向按源节点确定。例如，在本例中，从终点节点⑦开始，逆着箭线方向按源节点可以找出关键线路为①-③-④-⑥-⑦。关键线路一旦确定，关键工作自然也就一目了然了。



第二节 双代号网络计划

【单选题】下列关于双代号网络计划中关键工作和关键线路的说法，错误的是（ ）。

- A. 总持续时间最长的线路称为关键线路
- B. 在双代号网络计划中，关键线路有且只有一条
- C. 关键线路上的工作称为关键工作
- D. 在关键线路上可能有虚工作存在



第二节 双代号网络计划

答案：B

解析：此题考查对双代号网络计划中关键工作和关键线路的理解。在关键线路法中，线路上所有工作的持续时间总和称为该线路的总持续时间，总持续时间最长的线路称为关键线路，关键线路长度就是网络计划总工期。在网络计划中，关键线路可能不止一条。而且在网络计划执行过程中，由于工作进度加快或延误，以及逻辑关系的改变，关键线路还会发生转移。关键线路上的工作称为关键工作。在关键线路上可能有虚工作存在。