



## 第二节 资产定价模型

### 考点二、因素模型

证券的价格变化受多种因素的影响，如果能找出影响证券价格的因素，分析这些因素的影响程度，就可以构造出因素模型来估计每个证券的预期收益率，通过影响因素分析证券价格波动的模型被称为因素模型。

根据影响因素的个数，因素模型可被分为单因素模型和多因素模型。



## 第二节 资产定价模型

### （一）单因素模型

单因素模型是表达证券的收益率与某种因素的数量关系的数学模型。

单因素模型的基本思想是证券收益率只与一个影响因素有关，除了这个因素外，证券收益率的所有剩余不确定性是公司特有的，也就是说，证券之间的相关性除了这一因素外没有其他来源了。



## 第二节 资产定价模型

### (一) 单因素模型

对于任意的证券*i*，单因素模型下证券*i*在时期*t*的收益率可以表示为：

$$r_{it} = a_i + b_i \times F_t + \varepsilon_{it}$$

$r_{it}$ 表示证券*i*在时期*t*的收益率； $F_t$ 表示因素在*t*时期的值； $b_i$ 表示证券*i*对因素的敏感度； $\varepsilon_{it}$ 为证券*i*的收益率在*t*时期的随机扰动，其均值为0； $a_i$ 为常数，表示因素值为0时证券*i*的预期收益率。



## 第二节 资产定价模型

### (二) 多因素模型

多因素模型认为，证券*i*的收益率取决于多个因素，如果多因素模型认为取决于*k*个因素，那么多因素模型可表示为：

$$r_{it} = a_i + b_{i1} \times F_{1t} + b_{i2} \times F_{2t} + \cdots + b_{ik} \times F_{kt} + \varepsilon_{it}$$



## 第二节 资产定价模型

### (二) 多因素模型

假设影响各个公司运营情况的两个重要经济变量是国内生产总值GDP和利率R，任何证券的收益都与这两个宏观风险因素以及各自公司的特有风险相关，那么对应的多因素模型可以表示为：

$$r_{it} = a_i + b_{i1} \times GDP_t + b_{i2} \times R_t + \varepsilon_{it}$$

假设 $a_i=1\%$ ， $b_{i1}=0.8$ ， $b_{i2}=-0.4$ ，如果某一季度的国内生产总值为5%，利率为3%，那么证券i在该季度的预期收益率为 $1\%+0.8 \times 5\%-0.4 \times 3\%=3.8\%$ 。



## 第二节 资产定价模型

### (二) 多因素模型

需要注意的是，与资本资产定价模型不同的是，因素模型不是资产定价的均衡模型，但是多因素模型给研究者提供更加多样化的思路，使其思考风险敞口的补偿问题。

例如，由尤金法玛和肯尼斯弗伦奇提出的Fama-French三因子模型已经成为资产收益率实证研究的标准工具。



## 第二节 资产定价模型

### (三) Fama-French三因子模型

Fama-French三因子模型包括三个因子因素，分别为市场因子、市值因子和账面市值比因子，可具体表示为如下公式：

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_M \times (r_{Mt} - r_{ft}) + \beta_{HML} \times r_{HML,t} + \beta_{SMB} \times r_{SMB,t} + \varepsilon_{it}$$



## 第二节 资产定价模型

### （三）Fama-French三因子模型

该模型在指数模型的基础上，加入市值因子（ $r_{SMB}$ ）和账面市值比因子（ $r_{HML}$ ）来解释平均收益率，新加入两个方面因素的原因在于，市场观察发现小市值公司的股票的平均收益率和账面市值比高的公司的股票的平均收益率，比根据CAPM预估所得的数值要高。





## 第二节 资产定价模型

### （三）Fama-French三因子模型

账面市值比高的公司主要是相对成熟的公司，这些公司从已经存在的资产中获得了更大的市场份额，而不是增长机会，这类公司的股票通常被称为价值型股票，相比之下，账面市值比低的公司被视为成长型公司，其市值来自现金流的预期增长，而非现有资产。



## 第二节 资产定价模型

### （三）Fama-French三因子模型

在Fama-French三因子模型中，尤金法玛和肯尼斯弗伦奇并不认为公司规模或者账面市值比直接决定了公司的风险溢价，而是这些因素可以被视为更基本的风险来源的代理，这些风险并没有完全被CAPM中的 $\beta$ 值所捕获。因此，这些市场外因素可以被解释为提供基本风险因素敞口的投资组合。



## 第二节 资产定价模型

### （三）Fama-French三因子模型

例如，在其他条件相同的情况下，大公司的股票比小公司的股票风险小，因为大公司有更优秀的分析师且有更准确的信息，价格将更加准确地反映真实价值，不容易受到系统性风险和公司特定风险波动的影响。

另外，大公司拥有更雄厚的财力和更大的负债能力，能够更好地抵御经济衰退。



## 第二节 资产定价模型

### 考点三、套利定价理论

#### (一) 套利及套利组合

因素模型描述了单个证券或者某个组合的收益与因素之间的联系。不同的因素会有各自的因素模型。

换言之，因素模型不是资产定价的均衡模型，它没有说明在市场均衡状态下资产定价与因素之间的一般关系。

套利定价理论从因素模型出发，认为通过套利行为，市场将达到均衡，可以推导出均衡状态下的资本资产定价模型。



## 第二节 资产定价模型

### 考点三、套利定价理论

#### (一) 套利及套利组合

套利是资本市场理论中的一个基本概念，是指利用一个或多个市场或不同时间存在的各种价格差异，构造套利组合，在不承担风险的情况下赚取较高收益的交易活动。



## 第二节 资产定价模型

根据套利的定义，套利组合要满足以下三个条件：

**条件一：**套利组合要求投资者不追加资金，即套利组合属于自融资组合，如果用 $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 表示投资者持有证券 $i$ 的比例变化，则该条件可以表示为：

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0$$

**条件二：**套利组合对任何因素的敏感度为0，即套利组合没有因素风险，在单因素模型下，该条件可以表示为：

$$b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n = 0$$

**条件三：**套利组合的预期收益率应大于0，即

$$x_1 \times E(r_1) + x_2 \times E(r_2) + \dots + x_n \times E(r_n) > 0$$



## 第二节 资产定价模型

### (二) 套利定价模型

一般地，一个套利证券组合由n种资产组成，权重分别为 $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )，假设证券收益与一个因素相关，即单因素模型，那么该套利组合的收益为：

$$E\left(\sum_{i=1}^n x_i r_i\right) = \sum_{i=1}^n x_i a_i + \sum_{i=1}^n x_i b_i F$$



## 第二节 资产定价模型

### (二) 套利定价模型

根据数学推导，可以得出在均衡状态下，各证券的预期收益率与该证券的因素敏感度存在关系：

$$E(r_i) = \lambda_0 + \lambda_1 b_i$$

基于同样的数学推导，单因素模型下的APT资产定价公式可推广至多因素模型下的APT资产定价公式，具体公式如下：

$$E(r_i) = r_f + \lambda_1 b_{i1} + \lambda_2 b_{i2} + \cdots + \lambda_k b_{ik}$$





## 第二节 资产定价模型

### （三）套利定价模型与资本资产定价模型的一致性

套利定价模型与资本资产定价模型既有区别又有联系，两者都是一种均衡模型。



## 第二节 资产定价模型

### （三）套利定价模型与资本资产定价模型的一致性

套利定价理论假设市场处于均衡状态时将不存在套利机会，从而将证券的预期收益率确定下来，体现的是整个市场给出的一种合理定价，因此投资者无套利机会可用。不过现实中并不能完全消除套利机会，相反正是因为套利机会的存在促使投资者去套利，而套利的结果反过来又使得套利机会消失，然后新的套利机会产生，再套利、再消除，如此往复使得市场更加趋于合理化。

资本资产定价模型则是一种理想的均衡模型，它强调的是证券市场所有证券的供需均达到均衡。



## 第二节 资产定价模型

### （三）套利定价模型与资本资产定价模型的一致性

根据套利定价理论，证券的预期收益率等于无风险利率加上k个因素的风险报酬，在只有一个因素的时候，模型为：

$$E(r_i) = r_f + [E(r_{p^*}) - r_f] b_i$$



## 第二节 资产定价模型

### （三）套利定价模型与资本资产定价模型的一致性

资本资产定价模型的定价公式如下：

$$E(r_i) = r_f + [E(r_M) - r_f] \beta_i$$

相比于资本资产定价模型而言，套利定价模型更具一般性。



## 本节小结

### 第二节 资产定价模型

- 1、资本资产定价模型
- 2、因素模型
- 3、套利定价理论