



## 第一节 收益与风险

### 考点三、投资组合与分散风险

在现实生活中，投资者不会集中选择一个金融资产，而是根据投资需求将投资资金在不同资产类别之间进行分配，这样的投资组合管理被称为资产配置。

资产配置的最基本形式是将投资组合分为风险资产与无风险资产，投资组合中投资于风险资产的部分叫作风险资产的资本配置，这一比例直接取决于投资者的风险厌恶程度。



## 第一节 收益与风险

### （一）两种风险资产之间的资产配置

以一种较为常见的情形为例，投资者在债券与股票之间进行投资组合，其中将 $w$ 比例的资金投入债券基金，将 $(1-w)$ 比例的资金投入股票基金。

假设债券基金和股票基金的收益率分别为 $r_B$ 和 $r_S$ ，债券基金和股票基金的收益率的标准差分别为 $\sigma_B$ 和 $\sigma_S$ ，同时，两者收益率的相关系数为 $\rho$ ，那么，该投资组合的收益率 $r_P$ 和标准差 $SD(r_P)$ 分别为：

$$r_P = w \times r_B + (1 - w) \times r_S$$
$$SD(r_P) = \sqrt{(w \times \sigma_B)^2 + [(1 - w) \times \sigma_S]^2 + 2\rho \times (w \times \sigma_B) \times [(1 - w) \times \sigma_S]}$$



## 第一节 收益与风险

在公式中，投资组合的收益率是所有风险资产收益率的加权平均，权重是组合中各种风险资产的投资比例。但是投资组合的风险却不与各风险资产的风险成比例关系。在相关系数较低甚至为负的情形下，可以降低投资组合的风险。



## 第一节 收益与风险

例如，假设债券基金预期收益率 $E(r_B) = 5\%$ ，股票基金预期收益率 $E(r_S) = 10\%$ ， $\sigma_B = 8\%$ ， $\sigma_S = 20\%$ ， $\rho = 0.2$ ，

投资比例为债券基金和股票基金各占50%。投资组合预期收益率 $E(r_p)$ 和标准差计算如下：

$$E(r_p) = 0.5 \times 5\% + 0.5 \times 10\% = 7.5\%$$

$$SD(r_p) = \sqrt{(0.5 \times 8\%)^2 + (0.5 \times 20\%)^2 + 2 \times 0.2 \times (0.5 \times 8\%) \times (0.5 \times 20\%)} \approx 11.49\%$$

计算出来的投资组合标准差为11.49%，这一数值小于两种资产的加权平均标准差14%。如果无风险利率为3%，投资组合的夏普比率为0.39，同样高于债券基金的0.25和股票基金的0.35。这就是分散投资带来的好处。



## 第一节 收益与风险

投资组合还可以通过调整两种风险资产的比例，使投资者拥有更多不同的“收益—风险”组合，在允许做空的环境下，组合的范围将进一步扩大。所有可行的投资组合的“收益—风险”集合被称为可行集。两种风险资产配置下的可行集是一条弓形曲线，如下图所示。



## 第一节 收益与风险

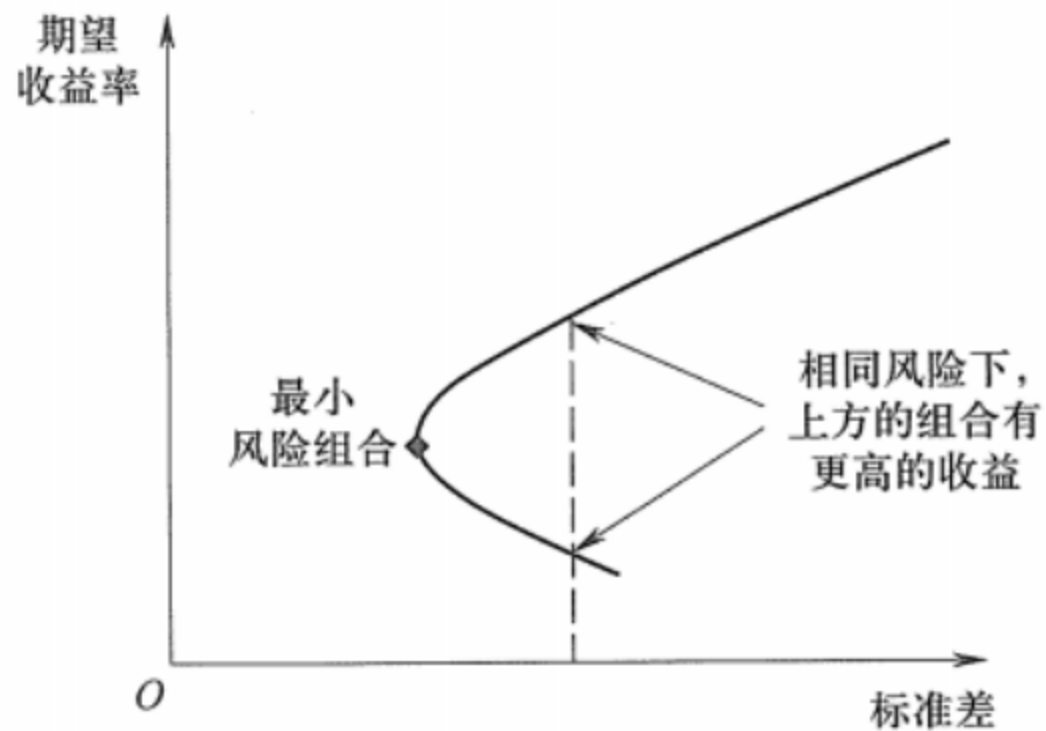


图 8-1 两种风险资产配置下的可行集



# 第一节 收益与风险

## (二) 多种风险资产的资产配置

多种风险资产配置下的可行集如下图所示：

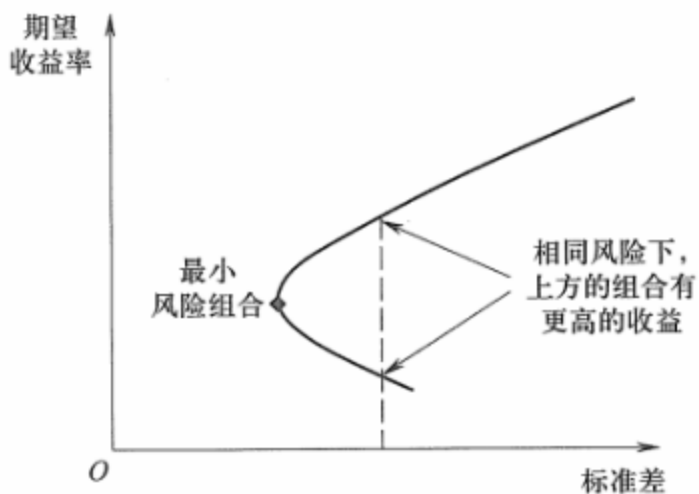


图 8-1 两种风险资产配置下的可行集

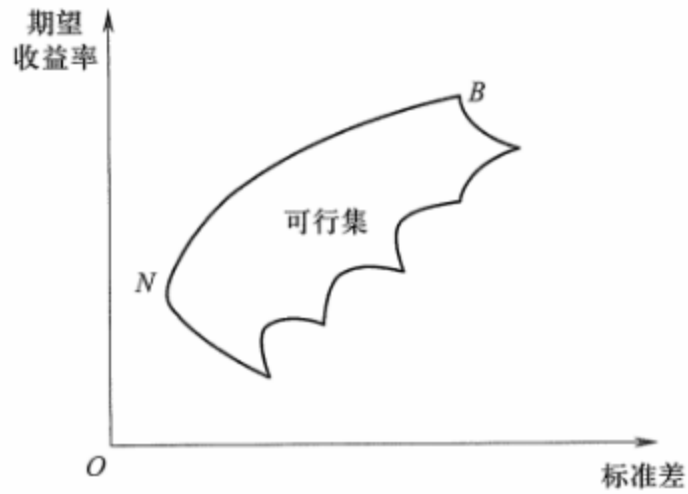


图 8-2 多种风险资产配置下的可行集



## 第一节 收益与风险

### （二）多种风险资产的资产配置

由于投资者都是厌恶风险的，因此投资者会在风险水平相同的情形下选择预期收益率最高的投资组合，或在相同的预期收益率下选择风险最小的组合，即对应于可行集区域左上方的曲线，具体到图中，即N点到B点的曲线，这条曲线也被称为有效边界，处于有效边界上的组合称为有效组合。其中N点对应方差最小的组合，因此其代表的组合也被称为最小方差组合。





## 第一节 收益与风险

### （二）多种风险资产的资产配置

从图中可以看出，有效边界具有如下特点：

- ①有效边界是一条向右上方倾斜的曲线，反映了“高风险、高收益”的原则；
- ②有效边界是一条向上凸的曲线；
- ③有效边界曲线上不可能有凹陷的地方。



## 第一节 收益与风险

### （三）无风险资产与风险资产的资产配置

由于无风险资产一般认为没有任何风险，因此通常假设无风险资产的标准差为0，无风险资产和风险资产间的相关系数也为0。假定风险资产的收益率和标准差分别为 $r_p$ 和 $\sigma_p$ ，投资于风险资产的比例为 $w$ ，投资组合预期收益率 $E(r_c)$ 和标准差 $\sigma(r_c)$ 计算如下：

$$E(r_c) = w \times E(r_p) + (1-w) \times r_f$$

$$\sigma(r_c) = \sqrt{(w \times \sigma_p)^2 + [(1-w) \times 0]^2 + 2 \times 0 \times (w \times \sigma_p) \times [(1-w) \times 0]} = w \times \sigma_p$$



## 第一节 收益与风险

### （三）无风险资产与风险资产的资产配置

基于上述两个式子可以进一步得到投资组合的预期收益率与风险之间的关系公式，投资组合的预期收益率与风险呈直线关系，该直线被称为资本配置线（CAL）。

资本配置线的特征：

- ①该直线经过  $(0, r_f)$  这一点；
- ②该直线的斜率为风险资产的夏普比率。

$$E(r_C) = r_f + \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P} \times \sigma(r_C)$$



## 第一节 收益与风险

### （三）无风险资产与风险资产的资产配置

由于有效边界上的每一个点都是一种风险资产组合，因此，无风险资产可以与有效边界上的任一点进行投资组合，并相应地形成一条资本配置线。



## 第一节 收益与风险

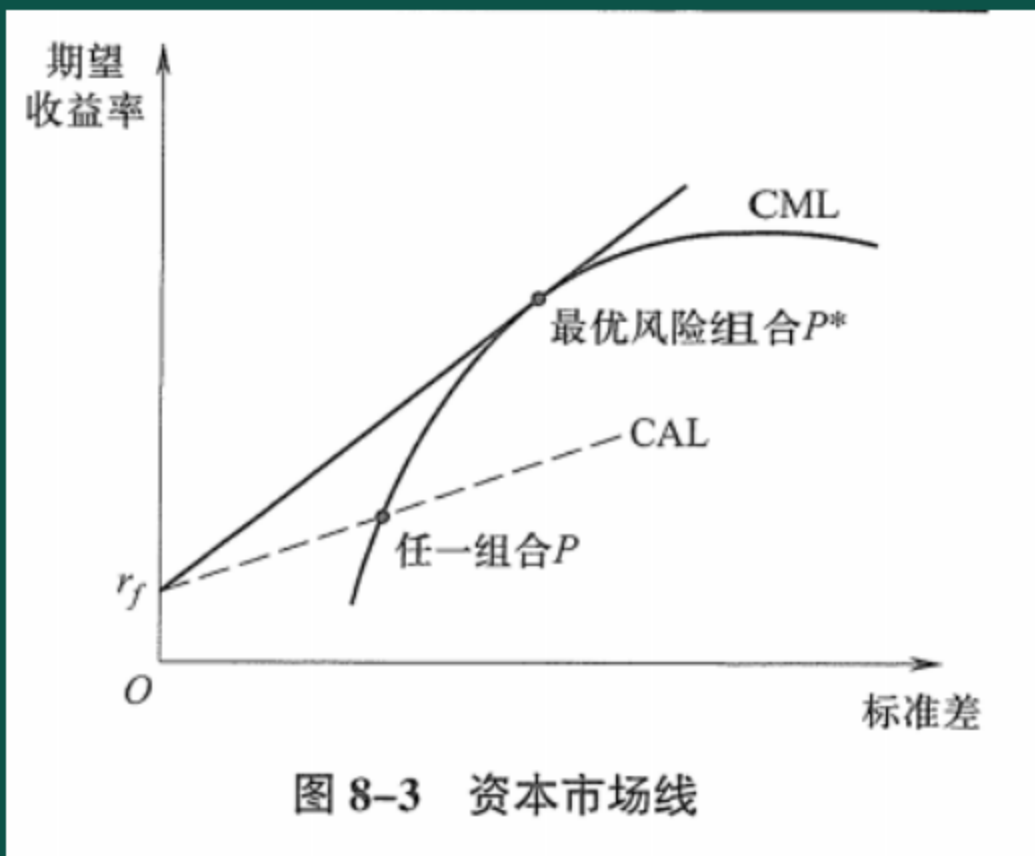
### （三）无风险资产与风险资产的资产配置

投资者在风险相同的情形下，总是会选择预期收益率更高的资产。CAL斜率越大，其对应的风险资产组合就会使投资者的效用越高，该风险资产组合也被称为最优风险组合。基于数学的逻辑，由 $(0, r_f)$ 这一点射出的、与有效边界相切的直线被称为资本市场线（CML），其中的切点是与无风险资产组合的风险资产组合，无风险资产与该点对应的风险资产组合进行配置，能够在同等风险水平下获取更高的预期收益率，因此该点对应的风险资产组合就是最优风险组合。由于资本市场线最偏向左上方，因此其斜率最大，即对应于最优风险组合的夏普比率最大。



## 第一节 收益与风险

### (三) 无风险资产与风险资产的资产配置





## 第一节 收益与风险

### （三）无风险资产与风险资产的资产配置

如果投资者准备投资风险资产，他们需要一个风险溢价来补偿增加的风险。通常资本市场线向上倾斜，说明随着风险的增加，预期收益率将成比例地增加，这种关系与人们常说的“风险越大，收益越大”是一致的。



## 第一节 收益与风险

### （三）无风险资产与风险资产的资产配置

这一决策过程表明风险资产组成的最优风险组合的确定与投资者的风险偏好无关，也就是说，无论投资者对风险的厌恶程度和对风险的偏好程度如何，其所选择的风险资产的构成都是一样的，即最优风险组合。

投资者的风险厌恶程度会决定其资产如何在风险资产组合与无风险资产之间进行配置，风险厌恶程度较高的投资者会持有更高比例的无风险资产，而风险厌恶程度较低的投资者则会持有更高比例的最优风险组合。





## 本节小结

### 第一节 收益与风险

- 1、收益率
- 2、风险与风险溢价
- 3、投资组合与分散风险