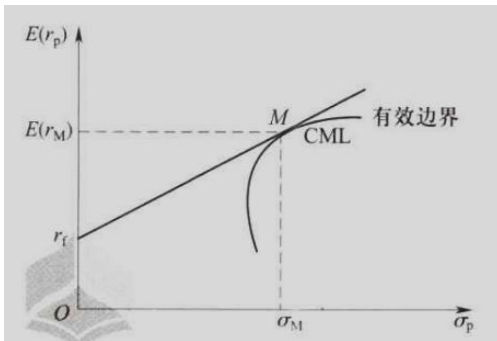


第三节 数理基础

1) 资本市场线【CML】

在预期收益率 $E(r_p)$ 和标准差 σ_p 组成的坐标系中，从无风险收益率 (r_f) 开始，做有效边界的切线，切点为 M，这条直线称为资本市场线，如下图所示：



市场组合是指由所有证券构成的组合，在这个组合中，每一种证券的构成比例等于该证券的相对市值。

资本市场线上的每一点都对对应着某种由无风险资产和市场组合 M 构成的新组合。

在均衡状态下，资本市场线表示对所有投资者而言是最好的风险收益组合，任何不利用全市场组合，或者不进行无风险借贷的其他投资组合都位于资本市场线的下方。

资本市场线的公式为：

$$E(r_p) = r_f + \left[\frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M} \right] \sigma_p$$

$E(r_p)$ 代表有效组合 P 的期望收益率； σ_p 代表有效组合 P 的标准差， $E(r_M)$ 代表市场组合 M 的期望收益率； σ_M 代表市场组合 M 的标准差； r_f 代表无风险证券收益率。

由于 $E(r_p)$ 和 σ_p 正相关，因此要谋求更高的投资收益，只能通过承担更大的风险来实现。

可得风险溢价的决定公式：

$$E(r_p) - r_f = \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M} \sigma_p$$

【计算举例】

假定市场组合的预期收益率为 9%，市场组合的标准差是 20%，投资组合的标准差是 22%，无风险收益率为 3%，则：

市场组合的风险报酬是 6% (9%-3%)，

投资组合的预期收益率为 9.6% (3%+6%÷20%×22%)，

投资组合的风险溢价是 6.6% (6%÷20%×22%)。

2) 证券市场线【SML】

资本市场线反映了有效投资组合预期收益率和标准差之间的均衡关系。任何单个风险证券都不是有效投资组合，因此一定位于资本市场线的下方。但资本市场线并不能说明单个风险证券的预期收益率和风险之间的关系。

证券市场线在资本市场线基础上，进一步说明了单个风险证券的预期收益率与风险之间的关系。

在考虑市场组合的风险时，重要的不是各种证券自身的整体风险，而是其与市场组合的协方差。

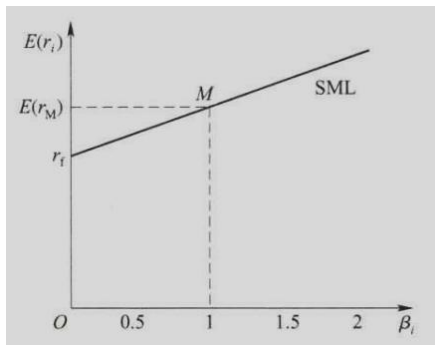
由于市场组合的预期收益率 $E(r_M)$ 是各种证券预期收益率 $E(r_i)$ 的加权平均，市场组合的标准差 σ_M 是各种

证券与全市场组合的协方差 σ_{iM} 的加权平均数的平方根，其权数都等于各种证券在全市场组合中的比例，因此可以得出如下结论：**单个证券的预期收益率应与其和市场组合的协方差成比例。**

在均衡状态下，单个证券风险和收益的关系为：

$$E(r_i) = r_f + \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M^2} \sigma_{iM}$$

证券市场线如下图所示，它反映了单个证券与市场组合的协方差和其预期收益率之间的均衡关系。



通常，用于衡量单个证券风险的是它的 β 值，证券 i 的 β 值公式为：

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

将 β 值带入前式，得：

$$E(r_i) = r_f + [E(r_M) - r_f] \beta_i$$

该式就是著名的**资本资产定价模型**。

表明**单个证券 i 的预期收益率等于两项的和**：

一项是无风险资产的收益率 r_f ；

另一项是 $[E(r_M) - r_f] \beta_i$ ，其中 $E(r_M) - r_f$ 是市场组合的风险报酬， β_i 则衡量了证券 i 相对于市场组合的绝对风险大小。

投资组合的市场风险，即投资组合的 β 系数是个别股票的 β 系数的加权平均数，其权数都等于各种证券在投资组合中的比例。同样，投资组合的预期收益率是各组合证券预期收益率的加权平均数。

【计算举例】某证券公司拟进行股票投资，计划购买甲、乙、丙三种股票，已知三种股票的 β 系数分别为 1.6、1.0 和 0.5，某投资组合的投资比重分别为 50%、20% 和 30%，求该投资组合的 β 系数。

$$(1.6 \times 50\% + 1.0 \times 20\% + 0.5 \times 30\%) = 1.15$$

【计算举例】若某公司股票的 β 系数为 1.5，全市场组合的收益率为 8%，当前国债的利率(无风险收益率)是 3%，求该公司股票的预期收益率。

$$E(r) = 1.5 \times (8\% - 3\%) + 3\% = 10.5\%$$

即投资人在承担了该公司股票的风险之后，希望能够有 10.5% 的预期收益率。许多公司就把公司股票的预期收益率作为衡量公司任何一项重大投资时所要求的最低收益率或必要收益率。