

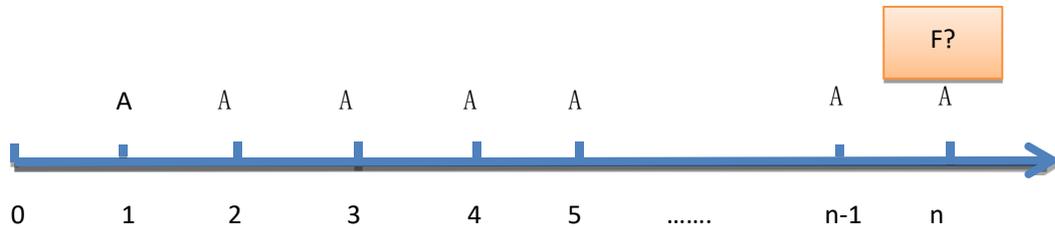
第一章 财务管理概论

第四节 货币时间价值

一、年金终值

1. 普通年金终值

普通年金终值是指最后一次支付时的本利和，是每次支付的复利终值之和。



$$F = A + A \times (1+i) + A \times (1+i)^2 + A \times (1+i)^3 + \dots + A \times (1+i)^{n-1}$$

$$F = A \times \frac{1 - (1+i)^n}{1 - (1+i)} = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

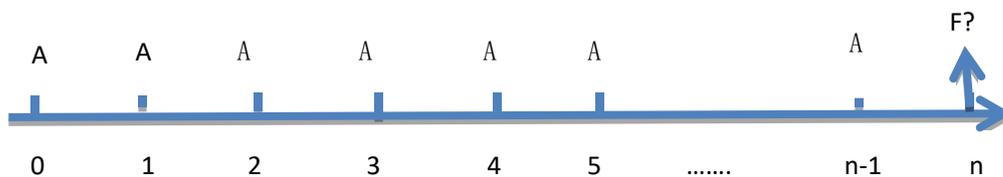
其中， $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ 称为年金终值系数，符号为“(F/A, i, n)”

【教材例 1-3】小李热心于公益事业，自 2×07 年 12 月底开始，他每年都要向一位失学儿童捐款 1000 元，帮助这位失学儿童从小学一年级读完九年义务教育。假设每年定期存款利率都是 2%，则小李 9 年的捐款在 2×15 年底相当于多少元？

【答案】 $FA = A \times [(1+i)^n - 1] / i = 1000 \times [(1+2\%)^9 - 1] / 2\% = 9754.6$ （元）

或者： $FA = 1000 \times (F/A, 2\%, 9) = 1000 \times 9.7546 = 9754.6$ （元）。

2. 预付年金终值



$$F = A \times (F/A, i, n) \times (1+i)$$

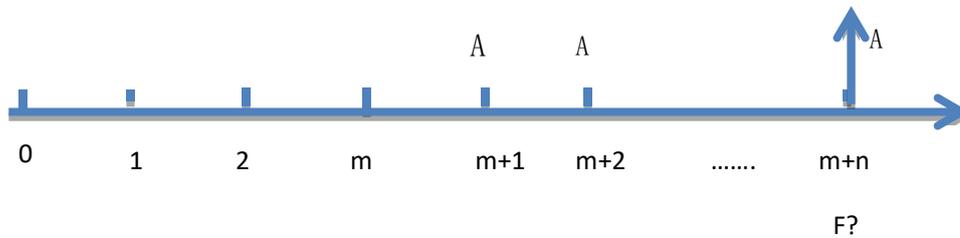
【教材例 1-4】为给儿子上大学准备资金，王先生连续 6 年于每年年初存入银行 3000 元。若银行存款利率为 5%，则王先生在第 6 年年末能一次取出本利和多少元？

【答案】

$FA = A [(F/A, i, n+1) - 1] = 3000 \times [(F/A, 5\%, 7) - 1] = 3000 \times (8.1420 - 1) = 21426$ （元）。

3. 递延年金终值

递延期为 m 期、等额收付 n 次的递延年金



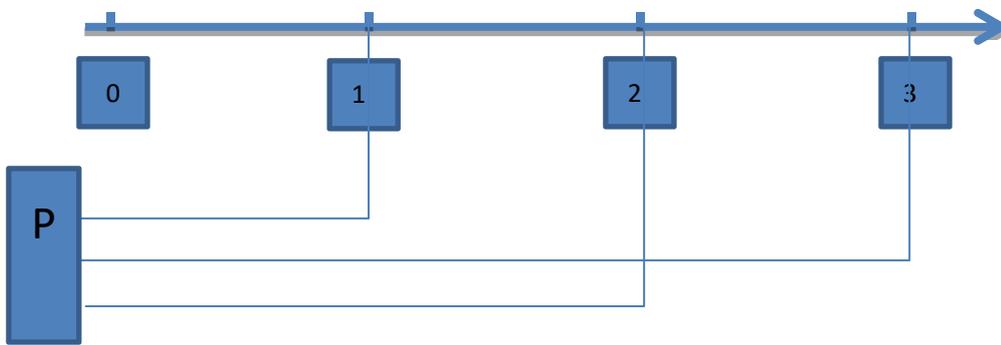
【提示】递延年金的终值与普通年金的终值计算方法完全相同，与递延期无关。

$$F=A*(F/A, i, n)$$

二、年金现值

1. 普通年金现值

普通年金现值等于每一个年金 A 的复利现值求和（其他年金现值原理等同）。



$$P=A*\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}=A*(P/A, i, n)$$

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

其中： $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ 被称为年金现值系数或 1 元年金的现值，用符号 $(P/A, i, n)$ 表示，可查“年金现值系数表”（见本书附表四）：

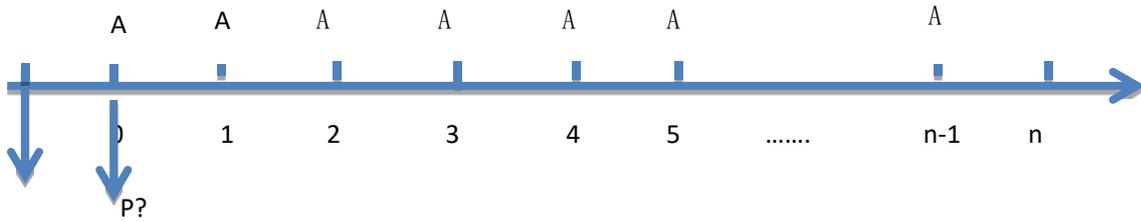
期数	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0.9901	0.9804	0.9709	0.9615	0.9524	0.9434	0.9346	0.9259	0.9174	0.9091
2	1.9704	1.9416	1.9135	1.8861	1.8594	1.8334	1.808	1.7833	1.7591	1.7355
3	2.941	2.8839	2.8286	2.7751	2.7232	2.673	2.6243	2.5771	2.5313	2.4869
4	3.902	3.8077	3.7171	3.6299	3.546	3.4651	3.3872	3.3121	3.2397	3.1699
5	4.8534	4.7135	4.5797	4.4518	4.3295	4.2124	4.1002	3.9927	3.8897	3.7908
6	5.7955	5.6014	5.4172	5.2421	5.0757	4.9173	4.7665	4.6229	4.4859	4.3553
7	6.7282	6.472	6.2303	6.0021	5.7864	5.5824	5.3893	5.2064	5.033	4.8684
8	7.6517	7.3255	7.0197	6.7327	6.4632	6.2098	5.9713	5.7466	5.5348	5.3349
9	8.566	8.1622	7.7861	7.4353	7.1078	6.8017	6.5152	6.2469	5.9952	5.759
10	9.4713	8.9826	8.5302	8.1109	7.7217	7.3601	7.0236	6.7101	6.4177	6.1446

【教材例 1-5】某投资项目于 2×12 年年初动工，假设当年投产，从投产之日起每年年末可得收益 40000 元。按年利率 6% 计算预期 10 年收益的现值。

$$PA=40000 \times [1 - (1+6\%)^{-10}] / 6\% = 40000 \times (P/A, 6\%, 10) = 40000 \times 7.3601 = 294404 \text{ (元)}$$

2. 预付年金现值

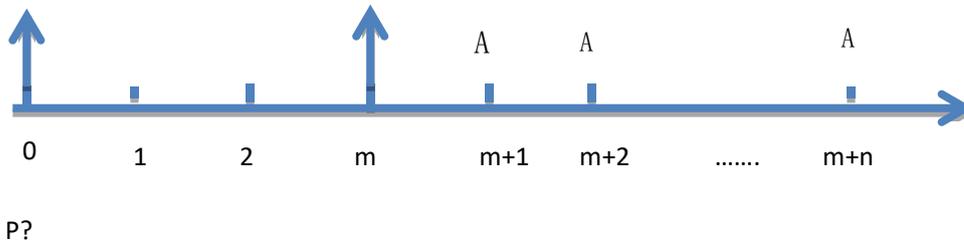
预付年金现值是指在一定时期内按相同时间间隔在每期期初收付的相等金额，折算到第一期期初的现值之和。



$$P=A*(P/A, i, n)*(1+i)=A \times [(P/A, i, n-1) + 1]$$

3. 递延年金现值

递延年金现值是指间隔一定时期后每期期末或期初收付的系列等额款项，按照复利计息方式折算的现时价值，即间隔一定时期后每期期末或期初等额收付资金的复利现值之和。

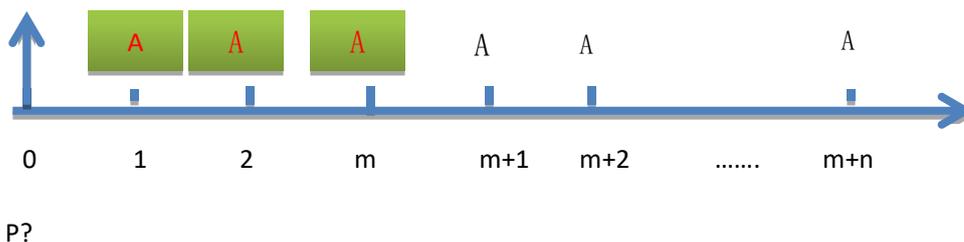


方法一：先普通年金现值，再复利现值

$$P=A \times (P/A, i, n) \times (P/F, i, m)$$

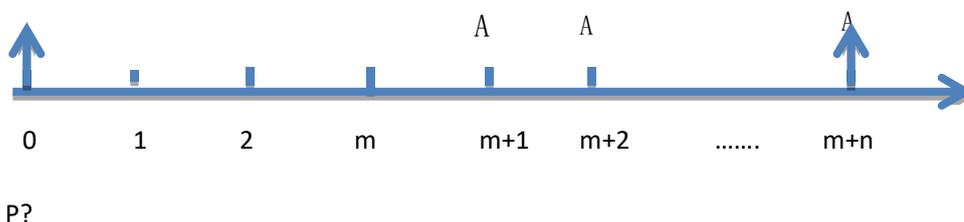
方法二：先求出 $m+n$ 期年金现值，再扣除 m 期的年金现值

$$P=A \times [(P/A, i, m+n) - (P/A, i, m)]$$



方法三：先求年金终值，后复利现值

$$P=A*(F/A, i, n)*(P/F, i, m+n)$$



【教材例 1-6】某企业向银行借入一笔款项，银行贷款的年利率为 10%，每年复利一次。银行规定前 10 年不用还本付息，但从第 11—20 年每年年末偿还本息 5000 元。下面用两种方法计算这笔款项的现值。

方法一： $PA=A \times (P/A, 10\%, 10) \times (P/F, 10\%, 10) = 5000 \times 6.1446 \times 0.3855 = 11843.72$ （元）

方法二： $PA=A \times [(P/A, 10\%, 20) - (P/A, 10\%, 10)] = 5000 \times (8.5136 - 6.1446) = 11845$ （元）

两种计算方法相差 1.28 元，是因货币时间价值系数的小数点位数保留造成的。后面的例题中也有类似的情况，不再一一说明。

【单选题·2019】甲公司计划投资一存续期为 10 年的项目。其中前 4 年无现金流入，后 6 年每年年初现金流入 200 万元，若当前市场利率为 6%，则甲公司该投资项目现金流入的现值是（ ）万元。（已知 $(P/A, 6\%, 6) = 4.9173$ ， $(P/F, 6\%, 4) = 0.7921$ ）

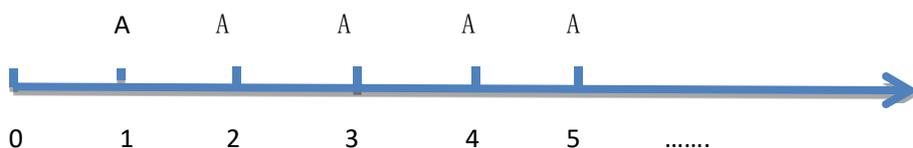
- A. 779.00 B. 875.28 C. 825.74 D. 734.90

【答案】C

【解析】甲公司该投资项目现金流入的现值 $= 200 \times (P/A, 6\%, 6) \times (1+6\%) \times (P/F, 6\%, 4) = 200 \times 4.9173 \times (1+6\%) \times 0.7921 = 825.74$ （万元）。选项 C 正确。

4. 永续年金

永续年金是普通年金的极限形式，当普通年金首付次数为无穷大时即为永续年金。



$$P = A \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

n 为 ∞ ， $(1+i)^{-n} = 0$ $P = \frac{A}{i}$

【教材例 1-7】归国华侨吴先生想支持家乡建设，特地在祖籍所在县设立奖学金。奖学金每年发放一次，奖励每年高考的文理科状元各 10000 元。奖学金的基金保存在该县银行，银行一年的定期存款利率为 2%。则吴先生要投资多少钱作为奖励基金才能保证这一奖学金的成功运行？

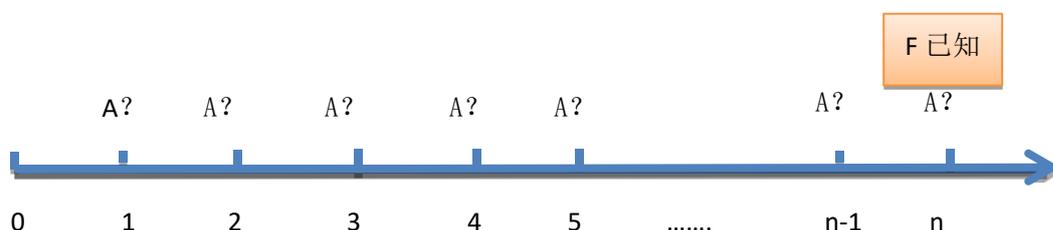
由于每年都要拿出 20000 元，因此奖学金的性质是一项永续年金，其现值应为：

$$PA = 20000 / 2\% = 1000000 \text{（元）}$$

即：吴先生要存入 1000000 元作为基金，才能保证这一奖学金的成功运行。

三、年偿债基金

年偿债基金是指为了在约定的未来某一时点清偿某笔债务或积聚一定数额的资金而必须分次等额形成的存款备用金。（已知终值 F ，求年金 A ？）



$$\text{由: } F=A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = A \times (F/A, i, n) \quad \text{可得: } A = F \times \frac{i}{(1+i)^n - 1} = F \times (A/F, i, n)$$

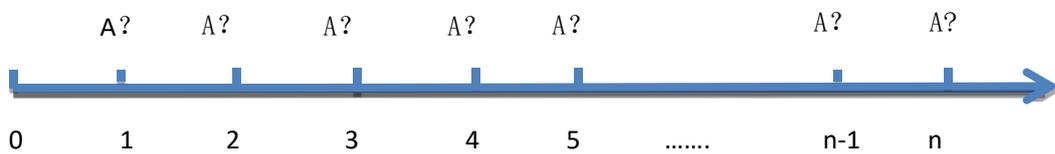
其中: $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ 称为偿债基金系数或 1 元偿债基金, 记作, 可查“年金终值系数表”, 然后求其倒数求得。
即: 偿债基金系数是年金终值系数的倒数。

【教材例 1-8】徐先生拟在 5 年后还清 10000 元债务, 从现在起每年年末等额存入银行一笔款项。假设银行利率为 10%, 则徐先生每年需存入多少元?

$$A = FA \times i / [(1+i)^n - 1] = 10000 \times 10\% / [(1+10\%)^5 - 1] = 10000 \times (A/F, 10\%, 5) \\ = 10000 \times 0.1638 = 1638 \text{ (元)}$$

四、年资本回收额

年资本回收额是指在约定年限内等额收回初始投入资本的金额。(已知 P, 求 A?)



P 已知

$$P = A \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = A \times (P/A, i, n) \quad A = P \times \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} = P \times (A/P, i, n)$$

其中: $\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$ 被称为资本回收系数或 1 元资本回收额, 用符号 (A/P, i, n) 表示, 可查“年金现值系数表”, 然后求其倒数求得。即: 资本回收系数是年金现值系数的倒数。

【教材例 1-9】某企业取得 1000 万元的贷款, 需在 10 年内以年利率 12% 等额偿还, 则每年应付的金额为多少元?

$$A = 1000 \times 12\% / [1 - (1+12\%)^{-10}] \approx 1769800 \text{ (元)}$$

【2018·真题·多选题】下列关于货币时间价值系数关系的表述中, 正确的有 ()。

- A. 普通年金终值系数和偿债基金系数互为倒数关系
- B. 复利终值系数和复利现值系数互为倒数关系
- C. 复利终值系数和单利现值系数互为倒数关系
- D. 单利终值系数和单利现值系数互为倒数关系
- E. 普通年金现值系数和普通年金终值系数互为倒数关系

【答案】ABD

【解析】复利终值系数和复利现值系数互为倒数, 单利终值系数和单利现值系数互为倒数, 普通年金终值系数和偿债基金系数互为倒数, 普通年金现值系数和资本回收系数互为倒数, 所以选项 A、B、D 正确。