第六章 期权价值评估

第三节 金融期权价值评估

【教材例 6-10】假设 ABC 公司的股票现在的市价为 50 元。有 1 股以该股票为标的资产的看涨期权，执行价格为 52.08 元，到期时间是 6 个月。6 个月以后股价有两种可能：上升 33.33%，或者降低 25%。无风险利率为每年 4%。

期权价格 $=\left(\frac{1+2\%-0.75}{1.3333-0.75}\right)\times\frac{14.58}{1+2\%}+\left(\frac{1.3333-1-2\%}{1.3333-0.75}\right)\times\frac{0}{1+2\%}$

$=\frac{0.27}{0.5833}\times\frac{14.58}{1.02}=6.62(元)$

【计算题】假设甲公司的股票现在的市价为 20 元。有 1 份以该股票为标的资产的看涨期权，执行价格为 21 元，到期时间是 1 年。1 年以后股价有两种可能：上升 40%，或者降低 30%。无风险利率为每年 4%。

要求：利用单期二叉树定价模型确定期权的价值。

【答案】

Su=S0×(1+g)=20×(1+40%)=28

Sd=S0×(1-g)=20×0.7=14

Cu=Su-X=28-21=7

期权价格=（1+r-d）/（u-d）×C_u/（1+r）=（1+4%-0.7）/（1.4-0.7）×7/（1+4%）=3.27（元）

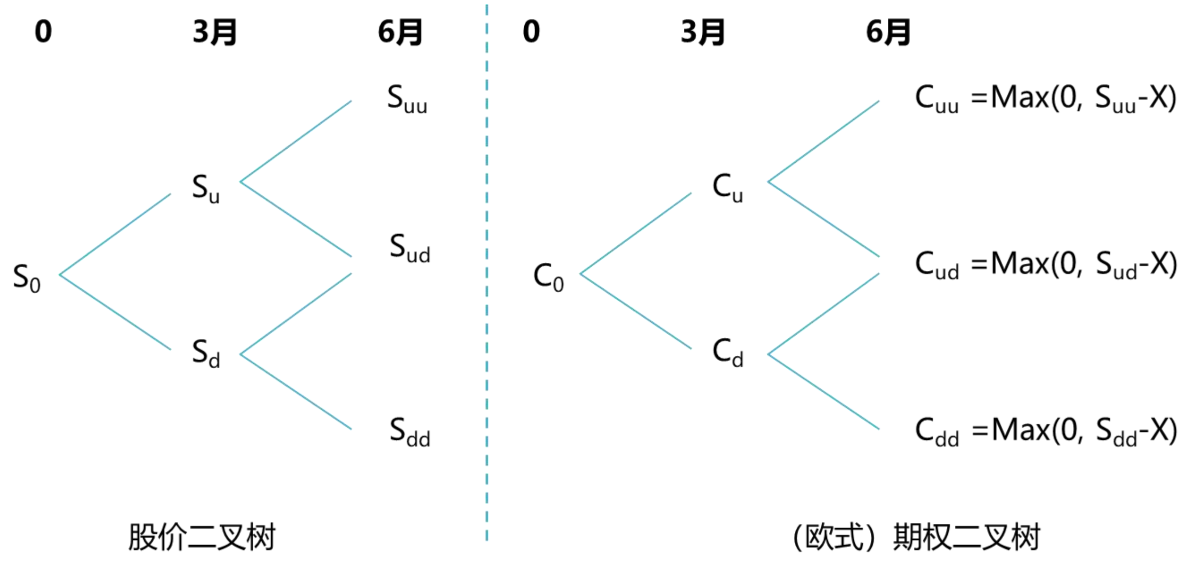
2. 两期二叉树模型

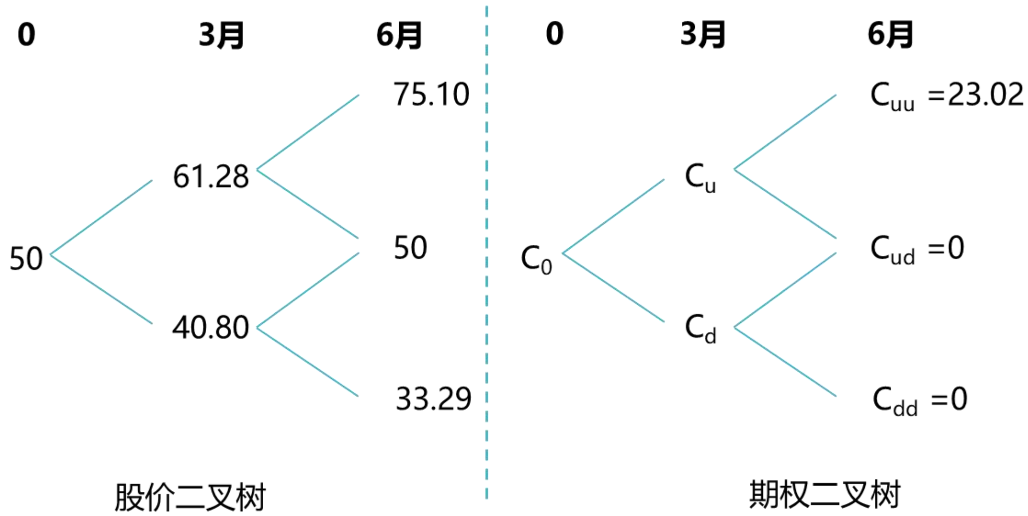
（1）基本原理：由单期模型向两期模型的扩展，不过是单期模型的两次应用。

【教材例 7-11】继续采用【例 7-10】中的数据，把 6 个月的时间分为两期，每期 3 个月。变动以后的数据如下：ABC 公司的股票现在的市价为 50 元，看涨期权的执行价格为 52.08 元，每期股价有两种可能：上升 22.56% 或下降 18.4%；无风险利率为每 3 个月 1%。

（2）方法：

先利用单期定价模型，根据 C_{uu} 和 C_{ud} 计算节点 C_u 的价值，利用 C_{ud} 和 C_{dd} 计算 C_d 的价值；然后，再次利用单期定价模型，根据 C_u 和 C_d 计算 C_0 的价值。从后向前推进。





X = 52.08
U = 1.2256
d = 0.816

3. 多期二叉树模型
（1）原理：从原理上看，与两期模型一样，从后向前逐级推进，只不过多了一个层次。
（2）股价上升与下降的百分比的确定：
期数增加以后带来的主要问题是股价上升与下降的百分比如何确定问题。期数增加以后，要调整价格变化的升降幅度，以保证年报酬率的标准差不变（不能改变自身风险）。
把年报酬率标准差和升降百分比联系起来的公式是：
u=1+上升百分比=$e^{\sigma\sqrt{t}}$
d=1−下降百分比 $=\frac{1}{u}$
式中：e 为自然常数，约等于 2.7183；σ-标的资产连续复利报酬率的标准差；t-以年表示的时段长度。

【教材例 6-10】采用的标准差σ=0.4068
U=$e^{0.4068\times\sqrt{0.5}}$=$e^{0.2877}$=1.3333
该数值可以利用函数计算器直接求得，或者使用 Excel 的 EXP 函数功能，输入 0.2877，就可以得到以 e 为底、指数为 0.2877 的值为 1.3333。
d=1÷1.3333=0.75

【教材例 6-12】沿用【例 6-10】中的数据，将半年的时间分为 6 期，即每月 1 期。已知：股票价格 S_0=50 元，执行价格为 52.08 元，年无风险利率为 4%，股价波动率（标准差）为 0.4068，到期时间为 6 个月，划分期数为 6 期（即每期 1 个月）。
（1）确定每期股价变动乘数。
U=$e^{0.4068\times\sqrt{1/12}}$=$e^{0.1174}$=1.1246
d=1÷1.1246=0.8892
【注意】计算中注意 t 必须为年数，这里由于每期为 1 个月，所以 t=1/12 年。
（2）建立股票价格二叉树（单位：元）

序号	0	1	2	3	4	5	6
时间（年）	0	0.083	0.167	0.250	0.333	0.417	0.500
上行乘数	1.1246						
下行乘数	0.8892						
股票价格	50	56.23	63.24	71.12	79.98	89.94	101.15
		44.46	50.00	56.23	63.24	71.12	79.98
			39.53	44.46	50.00	56.23	63.24
				35.15	39.53	44.46	50.00
					31.26	35.15	39.53
						27.80	31.26
							24.72

（3）按照股票价格二叉树和执行价格，构建期权价值二叉树（单位：元）

序号	0	1	2	3	4	5	6
执行价格							52.08
上行概率							0.4848
下行概率							0.5152
买入期权价格	5.30	8.52	13.26	19.84	28.24	38.04	49.07
		2.30	4.11	7.16	12.05	19.21	27.90
			0.61	1.26	2.61	5.39	11.16
				0	0	0	0
					0	0	0
						0	0
							0

【计算题】假设 A 公司的股票现在的市价为 40 元。有 1 份以该股票为标的资产的看涨期权，执行价格为 40.5 元，到期时间是 1 年。根据股票过去的历史数据所测算的连续复利报酬率的标准差为 0.5185，无风险利率为每年 4%，拟利用两期二叉树模型确定看涨期权的价格。

要求：（1）若保证年报酬率的标准差不变，股价的上行乘数和下行乘数为多少？

（2）建立两期股价二叉树与两期期权二叉树表（单位：元）；

股价二叉树

时间（年）			
股价二叉树			

期权二叉树

时间（年）			
期权二叉树			

（3）利用两期二叉树模型确定看涨期权的价格。

【解答】

（1）

上行乘数 u =$e^{\sigma\sqrt{t}}$= =$e^{0.5185\times\sqrt{0.5}}$= =$e^{0.3666}$=1.4428

下行乘数 d=1÷1.4428=0.6931

（2）

上行乘数 u= 1.4428　　　　下行乘数 d=0.6931

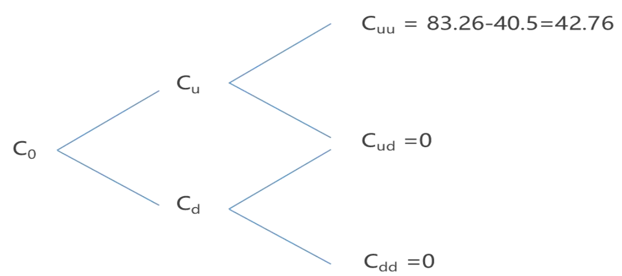
X = 40.5 元

股价二叉树

时间（年）	0	0.5	1
股价二叉树	40.00	57.71	83.26
		27.72	39.99
			19.21

期权二叉树

时间（年）	0	0.5	1
期权二叉树	7.81	18.28	42.76
		0	0
			0



（3）解法 1：上行概率=（1+无风险期利率-d）/（上行乘数-下行乘数）=（1+2%-0.6931）/（1.4428-0.6931）=0.4360

解法 2：2%=上行概率×44.28%+（1-上行概率）×（-30.69%）

上行概率=0.4360

下行概率=1-0.4360=0.5640

Cu=（上行概率×上行期权价值+下行概率×下行期权价值）÷（1+持有期无风险期利率）

=（0.4360×42.77+0.5640×0）/（1+2%）=18.28（元）

C_d=（上行概率×上行期权价值+下行概率×下行期权价值）÷（1+持有期无风险期利率）=0

期权价格 C_0=（0.4360×18.28+0.5640×0）/（1+2%）=7.81（元）