

## 第六章 期权价值评估

### 第三节 金融期权价值评估

#### 二、金融期权价值的评估方法

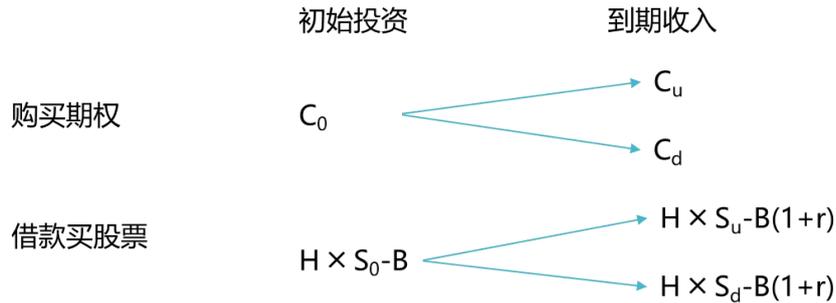
##### (一) 期权估值原理

##### 1. 复制原理（构造借款买股票的投资组合，作为期权等价物）

##### (1) 基本思想

构造一个股票和借款的适当组合，使得无论股价如何变动，投资组合的损益都与期权相同，那么，创建该投资组合的成本就是期权的价值。

购买股票的数量=套期保值比率  $H$ ； $B$ ：借款额



令到期收入相等

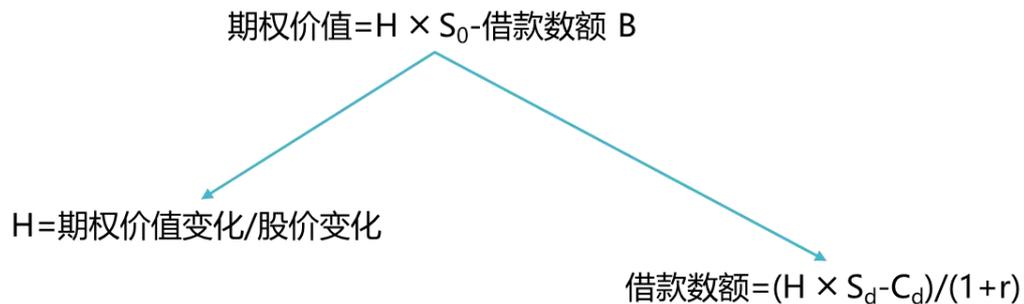
$$C_u = H \times S_u - B(1+r)$$

$$C_d = H \times S_d - B(1+r)$$

$$\text{套期保值率 } H = (C_u - C_d) / (S_u - S_d)$$

$$\text{借款额 } B = (H \times S_d - C_d) / (1+r)$$

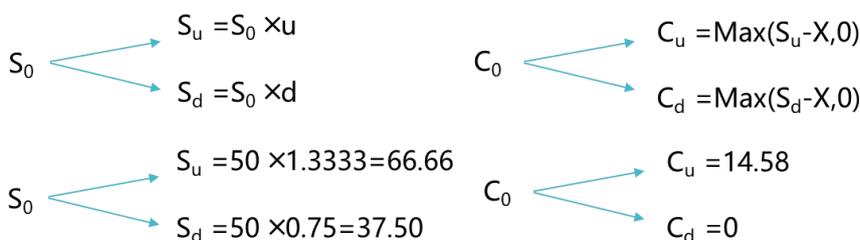
##### (2) 计算公式



**【教材例 6-10】**假设 ABC 公司的股票现在的市价为 50 元。有 1 股以该股票为标的资产的看涨期权，执行价格为 52.08 元，到期时间是 6 个月。6 个月以后股价有两种可能：上升 33.33%，或者下降 25%。无风险利率为每年 4%。拟建立一个投资组合，包括购进适量的股票以及借入必要的款项，使得该组合 6 个月后的价值与购进该看涨期权相等。

**【解答】**

购买 0.5 股的股票，同时以 2% 的利息借入 18.38 元。



股票到期日价格	66.66	37.50
组合中股票到期日收入	$66.66 \times 0.5 = 33.33$	$37.5 \times 0.5 = 18.75$
组合中借款本金和偿还	$18.38 \times 1.02 = 18.75$	18.75
到期日收入合计	14.58	0

$$H = (14.58 - 0) / [50 \times (1.3333 - 0.75)] = 0.5 (\text{股})$$

借款数额=价格下行时股票收入的现值

$$= (0.5 \times 37.50) / 1.02 = 18.38$$

期权价值=投资组合成本=购买股票支出-借款

$$= H \times S_0 - \text{借款}$$

$$= 0.5 \times 50 - 18.38 = 6.62 (\text{元})$$

**【计算题】**假设甲公司的股票现在的市价为20元。有1份以该股票为标的资产的看涨期权，执行价格为21元，到期时间是1年。1年以后股价有两种可能：上升40%，或者下降30%。无风险利率为每年4%。拟利用复制原理，建立一个投资组合，包括购进适量的股票以及借入必要的款项，使得该组合1年后的价值与购进该看涨期权相等。

要求：

- (1) 计算利用复制原理所建组合中股票的数量为多少？
- (2) 计算利用复制原理所建组合中借款的数额为多少？
- (3) 期权的价值为多少？
- (4) 若期权价格为4元，建立一个套利组合。
- (5) 若期权价格为3元，建立一个套利组合。

**【答案】** (1) 上行股价=20×(1+40%)=28(元)

下行股价=20×(1-30%)=14(元)

股价上行时期权到期日价值=28-21=7(元)

股价下行时期权到期日价值=0

$$\text{组合中股票的数量(套期保值率)} = \frac{\text{期权价值变化}}{\text{股价变化}} = \frac{7-0}{28-14} = 0.5 (\text{股})$$

$$(2) \text{借款数额} = \frac{\text{到期日下行股价} \times \text{套期保值率}}{1 + \text{持有期无风险报酬率}} = \frac{14 \times 0.5}{1 + 4\%} = 6.73 (\text{元})$$

$$(3) \text{期权价值} = \text{投资组合成本} = \text{购买股票支出} - \text{借款} = 0.5 \times 20 - 6.73 = 3.27 (\text{元})$$

(4) 由于目前看涨期权价格为4元高于3.27元，所以存在套利空间。套利组合应为：出售1份看涨期权，借入6.73元，买入0.5股股票，可套利0.73元。

(5) 由于目前看涨期权售价为3元低于3.27元，所以存在套利空间。套利组合应为：卖空0.5股股票，买入无风险债券6.73元，买入1股看涨期权进行套利，可套利0.27元。

**【单选题 2021】**甲公司股票当前价格60元，以该股票为标的资产的看涨期权执行价格为65元，每份看涨期权可以买入1份股票。预计未来甲公司股价或者上涨20元，或者下跌10元。下列投资组合中，可复制1份多头该看涨期权投资效果的是( )。

- A. 购入0.5份甲公司股票，同时借入必要的款项      B. 购入2份甲公司股票，同时借入必要的款项  
C. 购入0.5份甲公司股票，同时贷出必要的款项      D. 购入2份甲公司股票，同时贷出必要的款项

**【答案】** A

**【解析】** 上行股价  $S = 60 + 20 = 80$  (元)，下行股价  $S = 60 - 10 = 50$  (元)。股价上行时期权到期日价值  $C_u = \text{上行股价} - \text{执行价格} = 80 - 65 = 15$  (元)，股价下行时期权到期日价值  $C_d = 0$ ；套期保值比率  $H = \text{期权价值变化} / \text{股价变化} =$

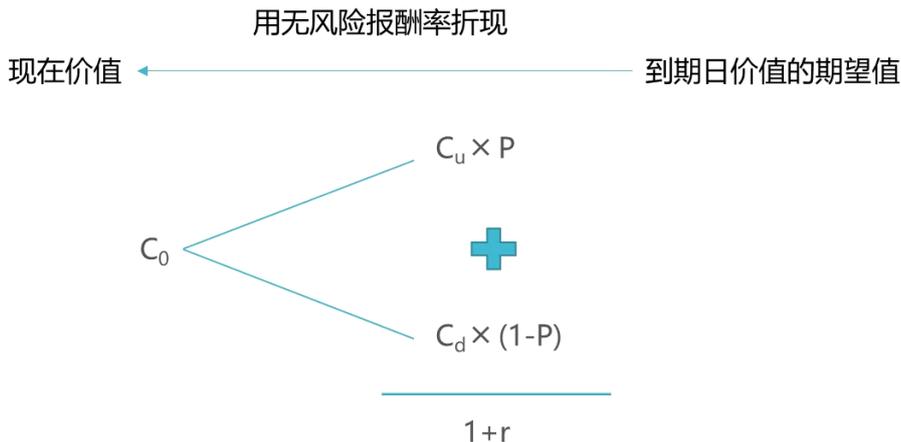
$(15-0)/(80-50) = 0.5$ 。因此是购入 0.5 份甲公司股票，同时借入款项，选项 A 正确。

## 2. 风险中性原理（无套利原理）

### （1）基本思想

假设投资者对待风险的态度是**中性的**，所有证券的期望报酬率都应当是**无风险利率**。风险中性的投资者不需要额外的收益补偿其承担的风险。在风险中性的世界里，将期望值用无风险利率折现，可以获得现金流量的现值。

### （2）计算思路



基本公式：

到期日价值的期望值=上行概率× $C_u$ +下行概率× $C_d$

期权价值=到期日价值的期望值÷（1+持有期无风险利率）

### （3）上行概率的计算

期望报酬率（无风险利率）=上行概率×上行时报酬率+下行概率×下行时报酬率

假设股票不派发红利，股票价格的上升百分比就是股票投资的报酬率。

期望报酬率（无风险利率）=上行概率×股价上升百分比+下行概率×（-股价下降百分比）

### （4）计算公式

期权价值=（上行概率×上行期权价值+下行概率×下行期权价值）/（1+持有期无风险利率）=（上行概率× $C_u$ +下行概率× $C_d$ ）/（1+r）

#### 【教材例 6-10 续】

【解析】期望报酬率=2%=上行概率×33.33%+下行概率×（-25%）

2%=上行概率×33.33%+（1-上行概率）×（-25%）

上行概率=0.4629

下行概率=1-0.4629=0.5371

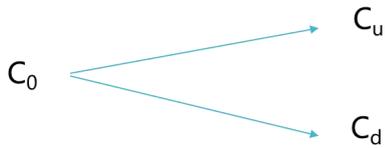
期权 6 个月后的期望价值=0.4629×14.58+0.5371×0=6.75（元）

期权的现值=6.75÷1.02=6.62（元）

【注意】折现用计息期利率

## （二）二叉树期权定价模型

### 1. 单期二叉树定价模型（风险中性原理的应用）



不发放股利

期望报酬率 (无风险利率  $r$ )

$$= \text{上行概率} \times \frac{\text{股价上升百分比}}{u-1} + \text{下行概率} \times \frac{(-\text{股价下降百分比})}{d-1}$$

$$= \text{上行概率} \times (u-1) + \text{下行概率} \times (d-1)$$

$$\text{上行概率} = (r+1-d) / (u-d)$$

期权价值

$$= (\text{股价上行期权价值 } C_u \times \text{上行概率} + \text{股价下行期权价值 } C_d \times \text{下行概率}) / (1+r)$$

$$= C_u \times \text{上行概率} / (1+r) + C_d \times \text{下行概率} / (1+r)$$

$$= \text{上行概率} \times C_u / (1+r) + (1-\text{上行概率}) \times C_d / (1+r)$$

$$\text{期权价格} = \frac{1+r-d}{U-d} \times \frac{C_u}{1+r} + \frac{U-1-r}{U-d} \times \frac{C_d}{1+r}$$

$U$ : 股价上行乘数=1+股价上升百分比

$d$ : 股价下行乘数=1-股价下降百分比

$r$ : 无风险利率(期望报酬率)  $r = p \times (u-1) + (1-p) \times (d-1)$

【理解】

风险中性原理的应用

其中:

$$\text{上行概率} = (1+r-d) / (u-d)$$

$$\text{下行概率} = (u-1-r) / (u-d)$$

$$\text{期权价格} = \text{上行概率} \times C_u / (1+r) + \text{下行概率} \times C_d / (1+r)$$