

目录

01 利率

02 汇率

03 数理基础



第三节 数理基础

1、收益率

2、金融资产定价

< 翻成点 >



第三节 数理基础

考点一：收益率

(一) 名义收益率

名义收益率又称票面收益率，是债券票面收益与债券面值之比。

r 为名义收益率

C 为债券票面收益（年利息）

F 为债券面值

债券

5/100

$$r=C/F$$

第三节 数理基础

(二) 实际收益率

名义收益率是名义货币收入表示的收益率，实际收益率是剔除通货膨胀因素后的收益率。

$$\text{实际收益率} = \text{名义收益率} - \text{通货膨胀率}$$

实际通缩

第三节 数理基础

(三) 本期收益率

也称**当前收益率**，即本期获得的债券利息与债券本期市场价格的比率。

计算公式为：

$$r=C/P$$

r为本期收益率

C为债券票面收益（年利息）

P为债券的市场价格

第三节 数理基础

(四) 到期收益率

到期收益：将债券持有到偿还期所获得的收益。

到期收益率：又称最终收益率，是使从债权工具上获得的未来现金流的现值等于债券当前市场价格的贴现率。

$$Pr = \frac{FV}{(1+r)^n}$$

$$\frac{F}{(1+r)^n} = P$$

第三节 数理基础

1、零息债券的到期收益率

零息债券：不支付利息，折价出售，到期按面值兑现。

1) 每年复利一次的计算

$$P = \frac{F}{(1+r)^n} \rightarrow r = \left(\frac{F}{P}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

P为债券市场价格，F为债券面值，r为到期收益率，n为债券期限。

第三节 数理基础

【例】一年期零息债券，票面额100元，若购买价格为 90 元，

则到期收益率为：

$$r = \left(\frac{F}{P} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 = \left(\frac{100}{90} \right)^{\frac{1}{1}} - 1 = 11.1\%$$

如果期限为3年，则到期收益率为：

$$r = \left(\frac{F}{P} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 = \left(\frac{100}{90} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 = 3.57\%$$

Handwritten yellow annotations showing the calculation of the yield rate for a 1-year zero-coupon bond. A horizontal line is drawn across the equation. Above the line, the number '100' is written. Below the line, the expression '(1+r)^1' is written with an arrow pointing to the exponent '1'. To the right of the line, an equals sign is followed by a circled '90'.

第三节 数理基础

1、零息债券的到期收益率

2) 每半年复利一次的计算

$$FV_n = P \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n} \rightarrow P = \frac{F}{\left(1 + \frac{r}{2}\right)^{2n}}$$

第三节 数理基础

【例】某公司折价发行债券，面值为100元，期限10年，按半年复利计息，若价格为30元，则到期收益率为：

$$P = \frac{F}{\left(1 + \frac{r}{2}\right)^{2n}} = \frac{100}{\left(1 + \frac{r}{2}\right)^{2 \times 10}} = 30$$

第三节 数理基础

2、付息债券的到期收益率

1) 按年复利

如果按年复利计算，付息债券到期收益率的公式为：

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{C}{(1+r)^i} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

P为债券市场价格，C为债券票面收益（年利息），F为债券面值，r为到期收益率，n为债券期限。

第三节 数理基础

2、付息债券的到期收益率

2) 按半年复利

$$P = \sum_{t=1}^{2n} \frac{C/2}{(1+r/2)^t} + \frac{F}{(1+r/2)^{2n}}$$

第三节 数理基础

年利息 $100 \times 12\% = 12$

【例】某公司以12%的利率发行5年期的付息债券，半年付息，发行价格为93元，面值为100元，则到期收益率为：

$$93 = \sum_{t=1}^{2 \times 5} \frac{12/2}{(1+r/2)^t} + \frac{100}{(1+r/2)^{2 \times 5}}$$

$r = 14\%$

$$\frac{6}{1 + \frac{r}{2}} + \dots$$

半年

第三节 数理基础

【总结】

债券的市场价格越高，到期收益率越低；

债券的到期收益率越高，则其市场价格就越低。

【结论】

债券的市场价格与到期收益率反向变化。当市场利率上升时，到期收益率低于市场利率的债券将会被抛售，从而引起债券价格的下降，直到其到期收益率等于市场利率。

规律

反比

第三节 数理基础

(五) 持有期收益率

投资者从购入到卖出这段持有期限里得到的收益率。持有时间较短（不超过1年）的债券，直接按债券持有期间的收益额除以买入价计算持有期收益率：

$$r = \frac{P_n - P_0 + C}{P_0}$$

r 为持有期收益率， C 为债券票面收益（年利息）， P_n 为债券的卖出价， P_0 为债券的买入价格。

第三节 数理基础

【单选题】如果某债券的年利息支付为10元，面值为100元，市场价格为90元，则其名义收益率为（B）。

A. 5.0%

B. 10.0%

C. 11.1%

D. 12.0%

网校答案：B

网校解析：本题考查名义收益率的计算。

名义收益率=债券息票（年利息）/面值=10/100=10%。

名义收益率

第三节 数理基础

【单选题】假定某金融资产的名义收益为5%，通货膨胀率为2%，则该金融资产的实际收益为（ ）。

- A. 2.0%
- B. 2.5%
- C. 3.0%
- D. 7.0%

网校答案：C

网校解析：本题考查实际收益率。

实际收益率 = 名义收益率 - 通货膨胀率 = 5% - 2% = 3%。

实际收益

第三节 数理基础

【单选题】假设购买债券花费100元，今年得到的利息支付为10元，则该债券的本期收益率为（ ）。

A. 10%

B. 9%

C. 11%

D. 4%

网校答案：A

网校解析：本题考查本期收益率。

本期收益率=年利息/市场价格=10/100=10%。

C/A

第三节 数理基础

【单选题】如果某投资者以100元的价格买入债券面值为100元、到期期限为5年、票面利率为5%、每年付息一次的债券，并在持有满一年后以101元的价格卖出，则该投资者的持有期收益率是（ ）。

- A. 1%
- B. 4%
- C. 5%
- D. 6%

$$\frac{(101 - 100) + 100 \times 5\%}{100}$$

第三节 数理基础

网校答案：D

网校解析：本题考查持有期收益率。持有期一年的买卖差价是1元，年收益是 $100 \times 5\% = 5$ 元，持有期收益率是 $6/100 = 6\%$ 。

第三节 数理基础

考点二：金融资产定价

有价证券价格实际上是以一定市场利率和预期收益率为基础计算得出的现值。

估值原理 $\left\{ \begin{array}{l} 现金流 \\ 折现 \end{array} \right.$



第三节 数理基础

(一) 利率与金融资产定价

1、债券定价

1) 有价证券交易价格主要依据货币的时间价值，即未来收益的现值确定。利率与债券的价格成反比，这一关系适用于所有的债权工具。

- 利率上升，债券价格就会下降；
- 利率下降，债券价格就会提高。

第三节 数理基础

1、债券定价

2) 债券价格分为：

①**债券发行价格**：通常根据票面金额决定（平价发行），也可采取折价或溢价的方式发行。

②**债券流通转让价格**：由债券的票面金额、利率（票面利率、市场利率或预期收益率）和实际持有期限三个因素决定。

第三节 数理基础

1) 到期一次还本付息债券定价 (现值公式的应用)

$$P = \frac{F}{(1+r)^n}$$

P为交易价格，F为到期日本利和，r为市场利率，n为偿还期限。

第三节 数理基础

【例】假若面额为100元的债券，不支付利息，贴现出售，期限1年，收益率3%，到期一次归还，则该债券的价格为：

$$P = \frac{100}{(1+3\%)} = 97.09$$

$$P = \frac{F}{(1+r)^n}$$

手算贴现

第三节 数理基础

2) 分期付息到期归还本金的债券定价

$$P_0 = \frac{C_1}{(1+r)} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C_{n-1}}{(1+r)^{n-1}} + \frac{C_n}{(1+r)^n} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

F为债券面额，即到期归还的本金； C_t 为第t时期到期债券收益或息票利息；r为市场利率或债券预期收益率；n为偿还期限。

〈 讲解 〉

利息

本金

第三节 数理基础

【例】现有年收益率为14%每年付息一次的债券，面额100元，期限10年。

(1) 当市场利率为15%时，则交易价格：

$$P_0 = \frac{14}{(1+0.15)} + \frac{14}{(1+0.15)^2} + \dots + \frac{14+100}{(1+0.15)^{10}} \approx 94.98$$

(2) 当市场利率为14%时，债券交易价格：

$$P_0 = \frac{14}{(1+0.14)} + \frac{14}{(1+0.14)^2} + \dots + \frac{14+100}{(1+0.14)^{10}} = 100$$

第三节 数理基础

【例】现有年收益率为14%每年付息一次的债券，面额100元，期限10年。

(3) 当市场利率为13%时，债券交易价格：

$$P_0 = \frac{14}{(1+0.13)} + \frac{14}{(1+0.13)^2} + \dots + \frac{14+100}{(1+0.13)^{10}} \approx 105.43$$

第三节 数理基础

【结论】

市场利率 $>$ 债券收益率（票面利率），折价发行；

市场利率 $<$ 债券票面利率，溢价发行；

市场利率 $=$ 债券票面利率，平价发行，或等价发行。

第三节 数理基础

3) 全价与净价

为避免债券价格的跳跃式波动，一般债券报价的时候会扣除应计利息。

扣除应计利息的债券报价称为净价或者干净价格，包含应计利息的价格为全价或者肮脏价格。

投资者实际收付的价格为全价。

$$\text{净价} = \text{全价} - \text{应计利息}$$

第三节 数理基础

2、股票定价

1) 股票理论价格

由其预期股息收入和当时的市场利率两个因素决定：

$$P_0 = Y / r$$

股票价格主要取决于收益和利率两因素：股票价格与收益成正比，与利率成反比。