专题二 货币时间价值

主讲:万里老师

专题目录

- 一、货币时间价值
- 二、单利与复利
- 三、终值与现值

一、货币时间价值

一、货币时间价值的含义

货币时间价值,是指货币经历一定时间的投资和再投资所增加的价值。

理论上,货币时间价值是没有风险和没有通货膨胀条件下的社会平均利润率。

- 1.货币必须经过"投资或再投资",否则不可能产生增值。
- 2.由于货币存在时间价值,不同时点的货币,价值不对等,需要折算到同一时点,才好比较。

二、单利与复利

(一)利率

利率表示一定时期内利息与本金的比率,通常用百分比表示。

利率根据计量的期限不同,表示方法有年利率、月利率、 日利率等。

二、单利与复利

(二)单利

只对本金计算利息,而不僵以前计息期产生的利息累加到本金中去计算利息的一种计息方法,各期利息相等。

(三)复利计息

每经过一个计息期,要将所生利息加入本金再计利息,逐期滚算,俗称"利滚利"。既对本金计算利息,也对前期的利息计算利息,各期利息不同。这里的"计息期"是指相邻两次计息的时间间隔,如年、月、日等。

【例题】假如以单利方式借入1000元,年利率8%,四年 末偿还,则各年利息和本利和,如表所示

使用期	年初款额	年末利息	年末本利和	年末偿还
1	1000	80	1080	0
2	1080	80	1160	0
3	1160	80	1240	0
4	1240	80	1320	1320

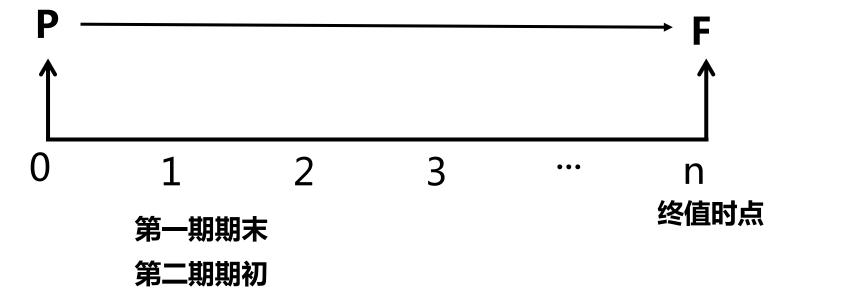
【例题】假如以复利方式借入1000元,年利率8%,四年末偿还,则各年利息与本利和,如表所示。

使用期	年初款额	年末利息	年末本利和	年末偿 还	
1	1000	1000 ×8%=80	1080	0	
2	1080	1080×8%=86.4	1166.4	0	
3	1166.4	1166.4×8%=93.312	1259.712	0	
4	1259.712	1259.712×8%=100. 777	1360.489	1360.48 9	

本金越大,利率越高,计息周期越多时,两者差距就越大。

(一)复利终值 (Final Value,记作F)

是指现在的特定资金按复利计算的将来一定时间的价值,或者说是现在一本金在将来一定时间按复利计算的本金与利息之和, 简称本利和。



即: F = P × (F/P, i, n)

【例题】某人将100万元存入银行,年利率为10%,计算一年、 两年后的本利和。

一年后的本利和:F₁ = 100+100×10% = 100× (1+10%) 两年后的本利和: $F_2 = 100 \times (1 + 10\%) \times (1 + 10\%) = 100 \times (1 + 10\%)^2$ 由此递推,可知经过n年的本利和为: $F_n = 100 \times (1 + 10\%)^n$ 因此,复利终值的计算公式为: $F = P \times (1 + i)^n$ 式中,P表示现值,F表示终值,i表示计息期利率, (1+i)ⁿ 称为复利终值系数,表示为(F/P,i,n)。

复利终值系数表

附表一

复利终值系数表 (F/P, i, n)

期数	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1.0100	1. 0200	1.0300	1. 0400	1. 0500	1.0600	1.0700	1.0800	1. 0900	1. 1000
2	1. 0201	1.0404	1.0609	1.0816	1. 1025	1. 1236	1. 1449	1.1664	1. 1881	1. 2100
3	1.0303	1.0612	1.0927	1. 1249	1. 1576	1. 1910	1.2250	1. 2597	1. 2950	1. 3310
4	1.0406	1.0824	1.1255	1. 1699	1. 2155	1. 2625	1.3108	1.3605	1.4116	1.4641
5	1, 0510	1. 1041	1. 1593	1. 2167	1, 2763	1. 3382	1. 4026	1.4693	1. 5386	1. 6105
6	1. 0615	1. 1262	1. 1941	1. 2653	1. 3401	1. 4185	1. 5007	1. 5809	1. 6771	1. 7716
7	1. 0721	1. 1487	1. 2299	1. 3159	1.4071	1.5036	1.6058	1.7738	1. 8280	1. 9487
8	1. 0829	1. 1717	1.2668	1. 3686	1. 4775	1. 5938	1.7182	1.8509	1. 9926	2. 1436
9	1.0937	1. 1951	1.3048	1. 4233	1. 5513	1. 6895	1.8385	1.9990	2. 1719	2. 3579
10	1. 1046	1. 2190	1. 3439	1.4802	1. 6289	1. 7908	1.9672	2. 1589	2. 3674	2. 5937
11	1. 1157	1. 2434	1.3842	1. 5395	1.7103	1. 8983	2. 1049	2. 3316	2. 5804	2. 8531
12	1. 1268	1. 2682	1.4258	1.6010	1.7959	2. 0122	2. 2522	2.5182	2. 8127	3. 1384
13	1. 1381	1. 2936	1.4685	1.6651	1.8856	2. 1329	2.4098	2.7196	3. 0658	3. 4523
14	1. 1495	1. 3195	1.5126	1.7317	1. 9799	2. 2609	2. 5785	2. 9372	3. 3417	3. 7975
15	1.1610	1. 3459	1.5580	1.8009	2. 0789	2. 3966	2.7590	3. 1722	3.6425	4. 1772

【例题】某人将100万元存入银行,年利率4%,半年计息一次,按照复利计算,求5年后的本利和。

本例中,一个计息期为半年,一年有两个计息期,所以,计息期利率 = 4%/2 = 2%,即i = 2%;由于5年共计有10个计息期,故n = 10。

所以:5年后的本利和

F=P×(F/P, 2%, 10) =100×(F/P, 2%, 10) =121.90(万元)

(二)复利现值(Present Value,记作P)

是指未来某一时点上的一定量资金按复利折算到现在所对应的金额,或者是为取得一定本利和,现在所需要的本金。



根据复利终值的计算公式为: $F = P \times (1 + i)^n$,可得: $P=F/(1+i)^{n}$ $= F \times (1+i)^{-n}$ (1+i)⁻ⁿ 称为复利现值系数,表示为(P/F,i,n)。 即: P = F × (P/F , i , n) 注意: 复利终值和复利现值互为逆运算;

复利终值系数 (1+i) n和复利现值系数 (1+i) - n互为倒数。

【例题】某人拟在5年后获得本利和100万元。假设存款年利率为4%,按照复利计息,他现在应存入多少元?

【计算分析题】 假定以出包方式准备建设一个水利工程, 承包商的要求是:签约之日付款 5 000万元, 到第四年初续付2 000万元, 五年完工再付5 000万元, 为确保资金落实, 于签约之日将全部资金准备好, 其未支付部分存入银行, 备到时支付, 设银行存款年利率为10%, 问举办该项工程需筹资多少?

【答案】

【例题·计算分析题】某人拟购房,开发商提出两种方案,一是现在一次性付80万元,另一方案是5年后付100万元,若目前的银行利率是7%,请用两种方法来确定应如何付款?

【答案】

方法一:用终值进行判断

方案1:付款终值F=80×(F/P,7%,5)

 $=80 \times 1.4026$

= 112.21 (万元)

方案2:付款终值F=100万元

方案2的付款终值小于方案1的付款终值,应选择方案2。

方法二:用现值进行判断

方案1:付款现值P=80万元

方案2:付款现值P=F×(P/F,i,n)

 $=100\times (P/F, 7\%, 5)$

= 100×0.713 = 71.3 (万元)

方案2付款现值小于方案1,应选择方案2。

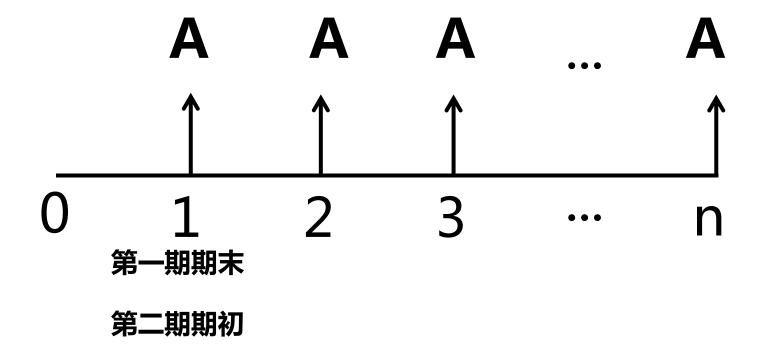
(三)年金的含义

年金(annuity)是指间隔期相等的系列等额收付款。

- 1.普通年金
- 2.预付年金
- 3.递延年金
- 4.永续年金

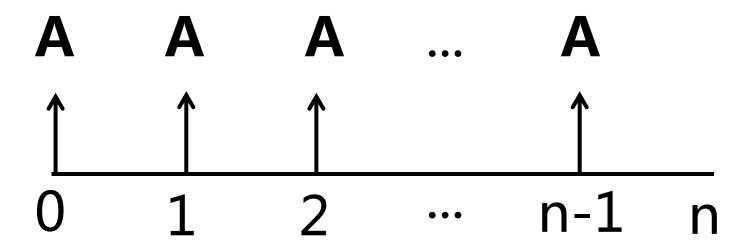
1.普通年金:

从第一期开始,在一定时期内**每期期末**收付的系列款项,又称后付年金。

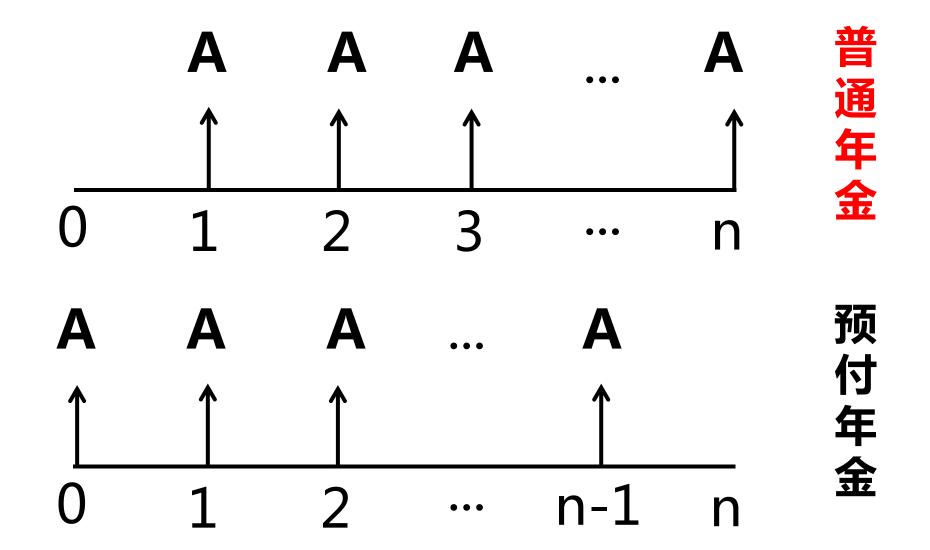


2.预付年金:

从第一期开始,在一定时期内**每期期初**收付的系列款项,又称即付年金或先付年金。

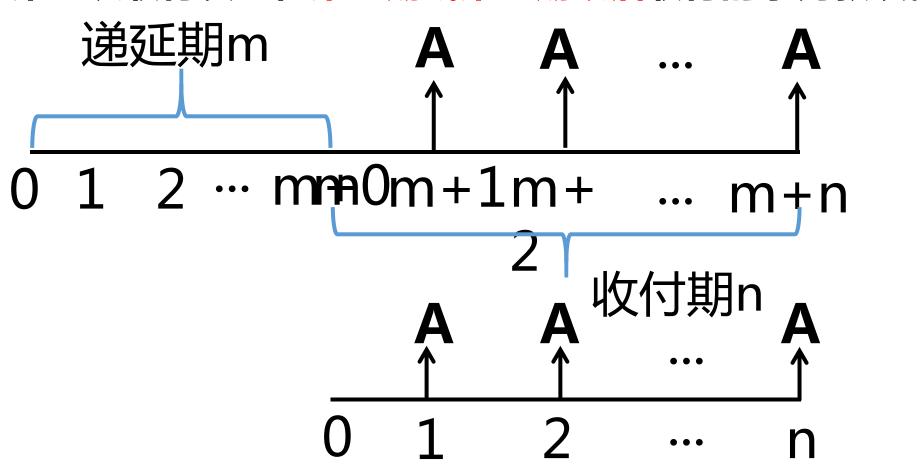


普通年金与预付年金对比



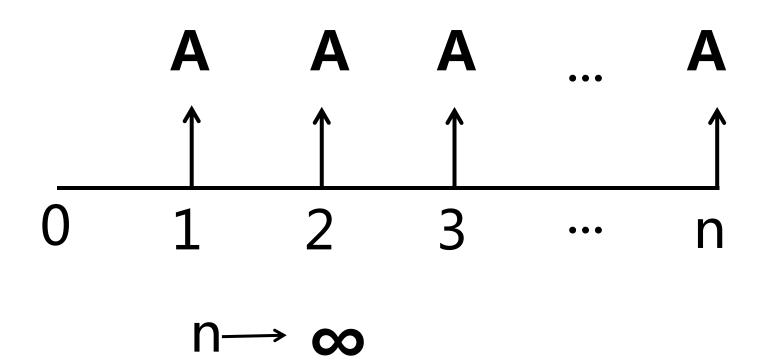
3.递延年金:

第一次收付发生在第二期或第二期以后收付的系列款项。



4.永续年金:

无限期的普通年金



【单选题】2011年1月1日,A公司租用一层写字楼作为办公场所,租赁期限为3年,每年1月1日支付租金20万元,共支付3年。该租金支付形式属于()。

- A.普通年金
- B.预付年金
- C.递延年金
- D.永续年金

【答案】B

【解析】根据题意,现在时点是2011年1月1日,每年1月1日支付租金,属于从第一期开始每一期期初支付,形式上属于预付年金。

【例】 5年中每年年底存入银行100元, 存款利率为8%, 求第5年年末的年金终值。

F= A × (F/A, 8%, 5) = 100×5.8666 = 586.66(元)

【计算分析题】某人拟购房,开发商提出两种方案,一是5年后付120万元,另一方案是从现在起每年末付20万,连续付5年,若目前的银行存款利率是7%,应如何付款?

【答案】

方案1的终值=120万元 方案2的终值=20×(F/A,i,n)=20×5.7507=115.014(万元) 方案1的年金终值是120万元,方案2的年金终值是115.014万元, 应该选择方案2。

$$F = A \times (F/A, i, n)$$

 $A = F/(F/A, i, n)$

1/(F/A, i, n) 称为"偿债基金系数", 记作(A/F, i, n)。 【例题】某家长计划10年后一次性取出50万元,作为孩子的出国费用。假设银行存款年利率为5%,复利计息,该家长计划1年后开始存款,每年存一次,每次存款数额相同,共计存款10次。假设每次存款的数额为A万元,则有:

【例:单选题】在下列各项货币时间价值系数中,与年偿债基金系

数互为倒数的是()

A.(P/F, i, n)

B.(F/P, i, n)

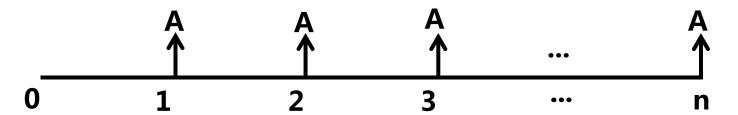
C.(P/A, i, n)

D.(F/A, i, n)

【答案】D

【解析】普通年金终值系数与年偿债基金系数互为倒数,普通年金终值系数为(F/A, i, n)。

(四)普通年金的终值与现值



$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$
 被称为年金现值系数,记作(P/A,i,n)。
$$P=A\times(P/A,i,n)$$

【例题·单选题】某投资项目于2012年年初动工,假设当年投产,从投产之日起每年年末可得收益40000元。按年折现率6%计算(复利计息),则10年收益的现值为()元。

A.294404

B.400000

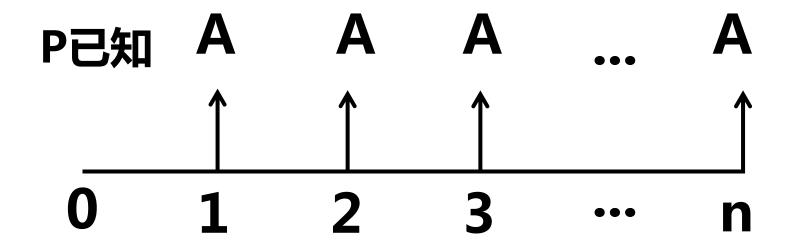
C.527231

D.666666

【答案】A

P=40000×(P/A,6%,10)=40000×7.3601=294404(元)

年资本回收额



【例题·单选题】假设企业按12%的年利率取得贷款200000元,

要求在5年内每年末等额偿还,每年的偿付额应为()元。

A.40000

B.52000

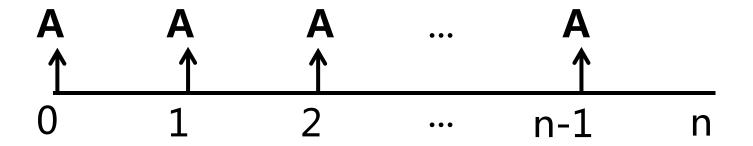
C.55482

D.64000

【答案】C

【答案解析】每年偿付金额 = 200000/(P/A,12%,5) = 55482(元),选项C正确。

(五)预付年金的现值与终值



$$F = A \times (F/A, i, n) \times (1+i)$$

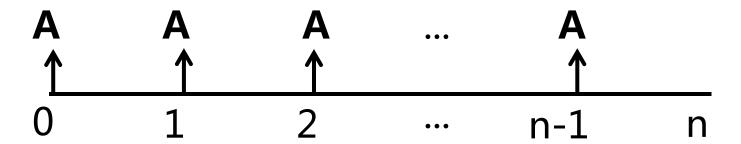
 $F = A \times [(F/A, i, n+1) - 1]$

【例】某人每年年初存入银行1000元,年利率为8%,第10年 末的本利和应为多少?

预付年金终值

```
=1000×(F/A,8%,10)×(1+8%)
=1000×14.487×1.08=15645(元)
或=1000×[(F/A,8%,11)-1]
=1000×(16.645-1)=15645(元)
```

(五)预付年金的现值与终值



$$P = A \times (P/A, i, n) \times (1+i)$$

 $P = A \times [(P/A, i, n-1) + 1]$

【例题】某企业租用一设备,在10年中每年年初要支付租金5000元,年利率为8%,问这些租金的现值是多少?

```
先付年金现值=5000×( P/A, 8%, 10)×(1+8%)
=5000×6.7101×1.08
=36234(元)
或=5000×[( P/A, 8%, 9)+1]
=5000×(6.2469+1)
=36235(元)
```

【例题】某公司打算购买一台设备,有两种付款方式:一是一次性支付500万元,二是每年初支付200万元,3年付讫。由于资金不充裕,公司计划向银行借款用于支付设备款。假设银行借款年利率为5%,复利计息。请问公司应采用哪种付款方式?

【答案】

```
如果分次支付,则其3年的终值为:
```

公司应采用第一种支付方式

若计算现值,则:

第一种付款方式的现值P=500(万元)

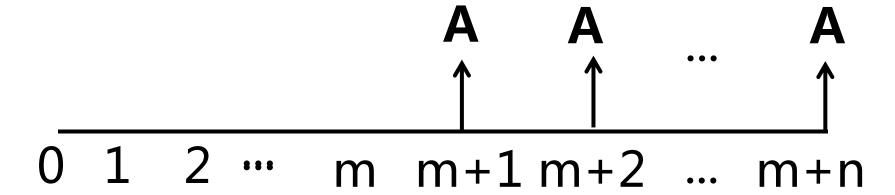
第二种付款方式的现值

$$P = 200 \times (P/A,5\%,3) \times (1+5\%)$$

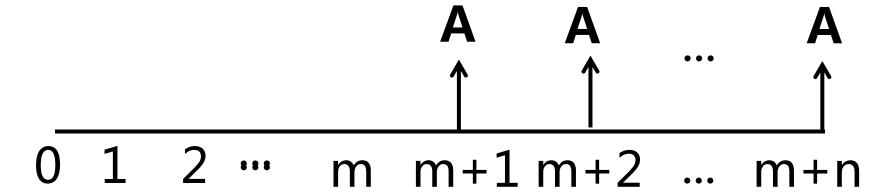
 $=200\times2.7232\times(1+5\%)$

= 571.872 (万元)

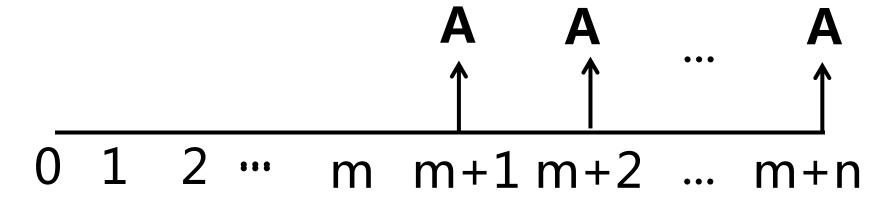
因为公司要出资购买设备,所以会选择付款方式较少的方案,公司应采用第一种付款方式。



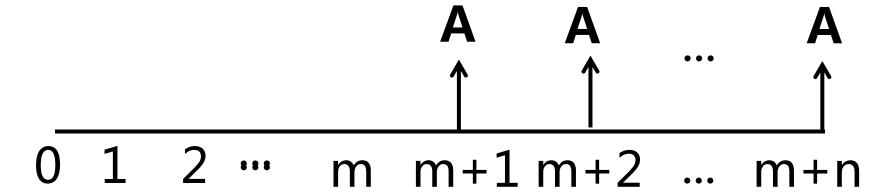
$$F = A \times (F/A, i, n)$$



$$P = A \times (F/A, i, n) \times (P/F, i, m+n)$$



$$P = A \times (P/A, i, m+n) - A \times (P/A, i, m)$$



$$P = A \times (P/A, i, n) \times (P/F, i, m)$$

【例题·多选题】从第4年开始每年年初有现金流入1000元,连续流入8笔,则下列计算其现值的表达式中正确的有()。 A.P= $1000\times(P/A,i,8)\times(P/F,i,2)$ B.P= $1000\times[(P/A,i,7)+1]\times(P/F,i,3)$

C.P =
$$1000 \times (F/A, i, 8) \times (P/F, i, 10)$$

$$D.P = 1000 \times [(P/A, i, 10) - (P/A, i, 2)]$$

【答案】ABCD

【答案解析】从第4年开始每年年初有现金流入1000元,连续流入8笔,相当于从第3年开始每年年末有现金流入1000元,连续流入8笔。因此,递延期m=2,年金个数n=8,所以选项ABCD的表达式均正确。关于选项B可以有以下两种理解思路:

【**思路1**】由于[(P/A,i,7)+1]=(P/A,i,8)×(1+8%),所以,[(P/A,i,7)+1]×(P/F,i,3)=(P/A,i,8)×(P/F,i,2)。

【思路2】1000×[(P/A,i,7)+1]表示的是第4年初的现值,因此,进一步折现到第1期期初时,需要复利折现3期。

【例题】某递延年金为从第4期开始,每期期末支付10万元,共计支付6次,假设利率为4%,相当于现在一次性支付的金额是多少?

本例中,由于第一次支付发生在第4期期末,即m+1=4,所以, 递延期m=3;由于连续支付6次,因此,n=6。

所以: P=10×(P/A,4%,6)×(P/F,4%,3)

 $=10\times5.2421\times0.8890$

= 46.60 (万元)

即相当于现在一次性支付的金额是46.60万元。

【例题】某递延年金为从第4期开始,每期期初支付10万元, 共计支付6次,假设利率为4%,相当于现在一次性支付的 金额是多少?

本例中,由于第一次支付发生在第4期期初,第4期期初与 第3期期末是同一时点,所以m+1=3,递延期m=2。 P=10×(P/A,4%,6)×(P/F,4%,2) =10×5.2421×0.9246 =48.47(万元) 【例题·计算分析题】某公司拟购置一房产,房主提出三种付款方案:

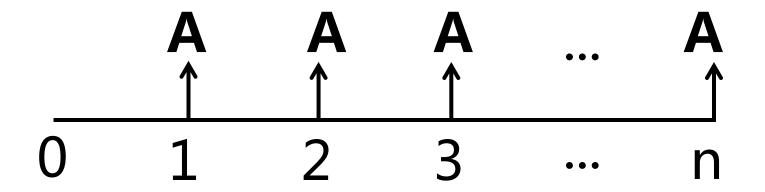
- (1)从现在起,每年年初支付20万,连续支付10次,共200万元;
- (2)从第5年开始,每年年末支付25万元,连续支付10次,共250万元;
- (3)从第5年开始,每年年初支付24万元,连续支付10次,共240万元。

假设该公司的资金成本率(即最低报酬率)为10%,你认为该公司应选择哪个方案?

【答案】

该公司应该选择第二种方案。

(五)永续年金的现值与终值



$$P = A / i$$

n $\rightarrow \infty$ 无终值

【例题】拟建立一项永久性的奖学金,每年计划颁发10000元奖金。若利率为5%,现在应存入多少钱?

P=10000/5%=200000(万元)

【例题】李某在成了知名的民营企业家以后,为了感谢学校的培养,决定在母校设立以其名字命名的奖学基金,在设立之初就发放奖金总额20万元,该基金将长期持续下去,当前的市场利率为5%。需要在基金设立之初,为基金投资多少钱?

【答案】P=20+20/5%=420(万元)

	终值	现值
普通年金	F=A×(F/A,i,n)	P=A× (P/A, i, n)
预付年金	F = A × (F/A, i, n) × (1+i) F = A × [(F/A, i, n+1)-1]	P=A×(P/A,i,n)×(1+i) P=A×[(P/A,i,n-1)+1]
递延年金	F = A× (F/A, i, n)	P=A×(P/A,i,n)×(P/F,i,m) P=A×[(P/A,i,m+n)-(P/A,i,m)] F=A×(F/A,i,n)×(P/F,i,m+n)
永续年金	P = A/i	
年偿债基金	A=F / (F/A , i , n)	
年资本回 收额	A=P/(P/A,i,n)	

逆运算	互为倒数
复利终值、复利现值	复利终值系数、复利现值系数
通年金终值、 偿债基金	普通年金终值系数、偿债基金系数
普通年金现值、年资本回收额	普通年金现值系数、资金回收系数

补充:利率的表达式与资本资产定价模型

1.在市场经济条件下,利率的确定方法表达如下:

利率 =纯粹利率+通货膨胀溢价+违约风险溢价+流动性风险溢价+期限风险溢价

=无风险收益率 + 风险收益率

纯粹利率:是指在没有通货膨胀、无风险情况下资金市场的平均利率。

通货膨胀溢价:是指证券存续期间预期的平均通货膨胀率。

违约风险溢价:是指债券因存在发行者到期时不能按约定足额支付本金或利息的风险而给予债权人的补偿。

流动性风险溢价:是指债券因存在不能短期内以合理价格变现的风险而给予债权人的补偿。

期限风险溢价:是指债券因面临存续期内市场利率上升导致价格下跌的风险而给予债权人的补偿。

- 2.资本资产定价模型法
- (1)资本资产定价模型

其公式为:

某项资产的必要报酬率

- = 无风险报酬率 + 风险报酬率
- = 无风险报酬率 + β× (市场投资组合报酬率-无风险报酬率)

(2)资本资产定价模型的意义

$$\mathbf{R} = \mathbf{R_f} + \boldsymbol{\beta} \times (\mathbf{R_m} - \mathbf{R_f})$$

 $\mathbf{R}_{\mathbf{f}}$:无风险收益率、国库券利率、无风险利率等;

R_m:市场平均收益率、市场组合的平均收益率、市场组合收益率、股票市场的平均收益率、所有股票的平均收益率、证券市场平均收益率等;

 $(R_m - R_f)$:市场风险溢酬、平均风险收益率、股票市场的风险附加率、股票市场的风险收益率、市场组合的风险收益率、证券市场的风险溢价率等;

 $eta imes (R_m - R_f)$:某股票的风险收益率、某股票的风险 报酬率、某股票的风险补偿率等。

(3)贝塔系数

β是度量一项资产系统风险的指标。

不同资产的系统风险不同,为了对系统风险进行量化,用β系数衡量系统风险的大小。

某资产的β系数表达的含义是该资产的系统风险相当于市场组合系统风险的倍数。

用β系数对系统风险进行量化时,以市场组合的系统风险为基准,认为市场组合的β系数等于1。

(3)贝塔系数

作为整体的证券市场的β系数为1,那么:

如果β=1,该资产的收益率与市场平均收益率呈同方向、同比例的变化。该资产所含的系统风险与市场组合的风险一致。

如果β=0,该资产为无风险资产。

如果β > 1,该资产收益率的变动幅度大于市场组合收益率的变动幅度,所含的系统风险大于市场组合的风险

如果β<1,该资产收益率的变动幅度小于市场组合收益率的变动幅度,所含的系统风险小于市场组合风险

【例题】假设平均风险的风险收益率为5%,无风险收益率为3%,已知证券的β系数为1.01,计算该证券的风险收益率和必要收益率。

【例题·单选题】A公司是国内一家极具影响力的汽车公司,已知该公司的β系数为1.33,短期国库券利率为4%,市场上所有股票的平均收益率为8%,则该公司股票的必要收益率为()。

A.9.32%

B.14.64%

C.15.73%

D.8.28%

【答案】A

【解析】
$$R = Rf + \beta \times (Rm - Rf)$$

= 4% + 1.33×(8% - 4%) = 9.32%

专题总结

